R. BRAULT

BEP F2
PROMOTION SOCIALE

électricité électronique SCHEMAS

②

LE CONDENSATEUR EN COURANT CONTINU

*

LE COURANT ALTERNATIF

*

MACHINES ELECTRIQUES

*

ETUDE DES CIRCUITS ELECTRIQUES

*

REACTION ET CONTRE-REACTION

Editions Techniques et Scientifiques Françaises
PARIS

BEP F2
PROMOTION
SOCIALE

Raymond BRAULT
Professeur certifié d'Électronique
au Lycée Technique de Montargis

électricité électronique
SCHÉMAS

Tome 2

EDITIONS TECHNIQUES ET SCIENTIFIQUES FRANÇAISES
2 à 12, rue de Bellevue - 75-PARIS (19e)

PRÉFACE

Ce tome contient la suite du cours théorique d'Electricité, commencé dans le premier tome.

Conformément au programme, un chapitre est consacré à l'étude des machines électriques. Nous l'avons réduit à ce qui nous a semblé utile à un Electronicien, en insistant sur le ferromagnétisme et sur le transformateur dont l'importance est énorme, en Electronique.

Un chapitre est consacré à l'étude des circuits électriques en courant alternatif.

Ce tome se termine par un chapitre spécial consacré aux phénomènes de réaction positive et, surtout, négative ; la contre-réaction joue un rôle extrêmement important dans l'amélioration des propriétés qualitatives des ensembles électroniques et permet en outre d'en assurer la stabilité.

Toute reproduction, même partielle, de cet ouvrage, est interdite. Une copie ou reproduction par quelque procédé que ce soit, photographie, microfilm, bande magnétique, disque ou autre, constitue une contrefaçon passible des peines prévues par la loi du 11 mars 1957 sur la protection des droits d'auteur.

© 1972 - E.T.S.F.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE VI. — **Le condensateur en courant continu** 5
Définition, charge et décharge 5
Energie emmagasinée 8
Facteurs dont dépend la capacité 9
Couplages de condensateurs 11
Constante de temps 13
Courbes de charge et décharge 15
Analogie entre les phénomènes mécaniques et électriques 20
Problèmes 22

CHAPITRE VII. — **Le courant alternatif** 24
Production d'un courant alternatif 24
Période, fréquence, phase et déphasage 26
Valeur efficace 28
Loi d'Ohm en courant alternatif 30
Puissances en courant alternatif 46
Facteur de puissance 47
Courants triphasés 52
Coefficient de qualité d'un élément réactif 55
Problèmes 59

CHAPITRE VIII. — **Machines électriques** 62
Circuit magnétique soumis à un flux alternatif 62
Transformateur statique 66
Transformateur en audio-fréquences 69
Auto-transformateurs 73
Machines à courant continu 76
Générateurs de courant alternatif : alternateurs 81
Principe des moteurs synchrome et asynchrone 84
Problèmes 87

CHAPITRE IX. — **Etudes des circuits électriques** 90
Notions de calcul imaginaire 90
Application du calcul imaginaire aux circuits électriques 93
Théorème de Kennely 96
Lois des mailles et des nœuds 99

Amplification ou gain ; décibels 105
Courbes universelles des circuits *R-X* 109
Courbes universelles des circuits *R-L-C* 114
Etude d'une bobine 117
Circuits couplés accordés sur la même fréquence 120
Circuits différentiateurs et intégrateurs 124
Problèmes 130

CHAPITRE X. — **Réaction et contre-réaction** 137
Contre-réaction de tension, série 137
Contre-réaction d'intensité, série 140
Contre-réaction de tension, parallèle..... 143
Action qualitative de la contre-réaction 147
Amplificateur opérationnel 154
Problèmes 156

CHAPITRE VI

LE CONDENSATEUR EN C.C.

Ce chapitre étudie le comportement d'un condensateur en courant continu (C.C.); son comportement en courant alternatif sera étudié au chapitre suivant.

DÉFINITION

Sous sa forme la plus simple, un condensateur est constitué par deux plaques métalliques, appelées « armatures », séparées par un isolant ou « diélectrique » qui peut être : le vide, l'air ou un matériau isolant quelconque.

CHARGE D'UN CONDENSATEUR

Formons un circuit comprenant, en série, un générateur de courant continu, un ampèremètre, un interrupteur et un condensateur.

Fermons le circuit, en actionnant l'interrupteur ; nous constatons que l'aiguille de l'ampèremètre dévie, puis revient au zéro.

Débranchons le condensateur, nous constatons, en mesurant la tension à ses bornes avec un voltmètre à très grande résistance, qu'elle est égale à la f.é.m. du générateur et que le pôle positif de cette tension se trouve à la borne qui était reliée au pôle positif du générateur.

Le condensateur qui, au début de l'expérience, ne présentait aucune tension à ses bornes, a acquis, pendant l'expérience, une tension « en opposition » avec celle du générateur et de valeur telle qu'elle neutralise la f.é.m. du générateur ; la somme algébrique des f.é.m. étant nulle, le courant cesse.

La déviation momentanée de l'aiguille de l'ampèremètre prouve qu'un déplacement de charges électriques a eu lieu dans le circuit et nous pouvons supposer qu'il est à l'origine de l'apparition d'une tension entre les armatures du condensateur.

Toute tension entre deux points d'un circuit résulte d'une différence de concentration en électrons libres entre ces deux points ; si le condensateur possède une tension entre ses armatures, c'est qu'il existe une concentration en électrons plus grande sur l'armature négative que sur l'armature positive.

Le déplacement d'électricité, a donc, fait passer un certain nombre d'électrons libres, de l'armature reliée au pôle positif du générateur à l'armature reliée au pôle négatif (fig. 1-a).

Comme le « diélectrique » du condensateur est un corps isolant, les électrons, aspirés par le générateur à l'armature positive et refoulés vers l'armature négative, vont s'accumuler sur cette armature et y créer une charge électrique négative, de plus en plus importante, qui va refouler, avec de plus en plus de vigueur, les électrons qui s'en approchent.

Quand la concentration à l'armature négative sera égale à celle qui existe au pôle négatif du générateur, le courant n'aura plus aucune raison d'exister, puisque son but est de rétablir l'égalité des concentrations, lorsque cette égalité a été détruite.

La tension entre les armatures du condensateur devient égale à celle qui existe aux bornes du générateur, quand l'égalité des concentrations est réalisée entre chacune des armatures et le pôle du générateur auquel elle est réunie.

Remarque

La tension aux bornes du générateur tend vers sa f.é.m. puisque le courant dans le circuit tend vers zéro.

Quand le courant cesse de circuler, on dit que le condensateur est « chargé ». Il ne contient pas plus de charges électriques qu'avant, mais, une quantité d'électricité : q, est passée de l'armature positive sur l'armature négative ; le passage momentané du courant a créé une dissymétrie entre les armatures (fig. 2-a).

DÉCHARGE DU CONDENSATEUR

Le condensateur étant chargé, retirons le générateur du circuit et refermons le circuit sur l'ampèremètre, après avoir permuté les connexions aboutissant à ses bornes ; nous constations le passage momentané d'un courant qu'accuse la déviation de l'aiguille de l'ampèremètre. Le courant ayant cessé, on constate qu'il n'existe plus aucune tension entre les armatures.

Ceci confirme nos hypothèses concernant le phénomène de charge. Lorsque les deux armatures se trouvent réunies à travers l'ampèremètre, l'égalité des concentrations entre les armatures tend à s'établir et la charge q qui était passée sur l'armature négative, retourne sur l'armature positive ; ce déplacement d'électricité est à l'origine du courant " momentané " constaté.

Le sens du courant de décharge est inverse de celui du courant de charge ; c'est pourquoi nous avons permuté les connexions reliées à l'ampèremètre.

Quand un condensateur se charge, il se crée une dissymétrie entre les armatures ; quand il se décharge, il retourne à son état primitif (fig. 1-b et 2-b).

On appelle « charge » d'un condensateur la quantité d'électricité qui est passée d'une armature sur l'autre.

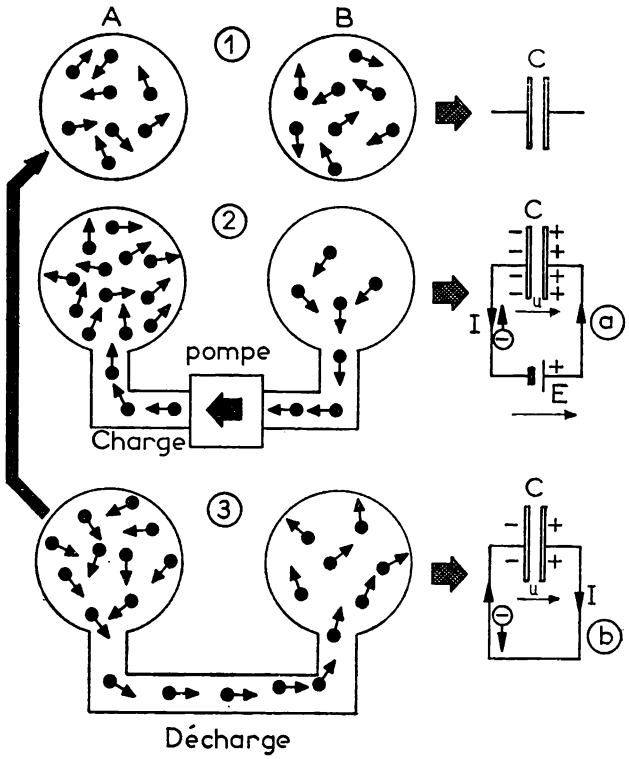


FIG. VI-1. — En ① la concentration en molécules est la même dans les deux ballons. En ②, l'action de la pompe crée une concentration plus grande dans A que dans B. En ③, les ballons sont mis en communication directe et l'égalité des concentrations se rétablit. ① La concentration en électrons libres est la même aux deux armatures. ② Le générateur aspire des électrons de l'armature de droite pour les refouler vers l'armature de gauche. La différence de concentration qui en résulte crée une tension entre les armatures qui s'oppose à celle du générateur et finit par la neutraliser ; le courant cesse. ③ Les électrons déplacés retournent vers leur armature d'origine.

CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR

Si on mesure la quantité d'électricité qui s'est déplacée pendant la charge d'un condensateur, c'est-à-dire, sa charge, on constate qu'elle est *proportionnelle à la tension appliquée entre les armatures* du condensateur.

Le rapport entre la charge Q du condensateur et la tension U, appliquée entre ses armatures est constant : c'est la « *capacité* » du condensateur C.

$$C = Q/U$$

Si on répète la même expérience avec un autre condensateur, le rapport Q/U demeure constant, mais, il n'a pas la même valeur que celle trouvée pour le premier condensateur, à moins qu'ils ne soient identiques.

La capacité d'un condensateur est une grandeur caractéristique d'un condensateur donné.

Elle s'exprime en **farads** (F).

Un **farad** serait la capacité d'un condensateur qui prendrait une charge de **1 coulomb**, si on appliquait, entre ses armatures une différence de potentiel de **1 volt.**

Le farad est une unité beaucoup trop grande pour exprimer, avec des nombres simples, les capacités des condensateurs usuels ; aussi, utilise-t-on des sous-multiples du farad qui sont :

le microfarad μF qui vaut 10^{-6} F
le nanofarad nF qui vaut 10^{-9} F
le picofarad pF qui vaut 10^{-12} F

Les plus fortes capacités, fabriquées actuellement, ont des valeurs de l'ordre de 10^{-2} F, les plus faibles ont des valeurs de l'ordre du pF.

Un condensateur de 10^{-2} F, chargé sous une tension de 10 V prendrait une charge de 0,1 C, seulement.

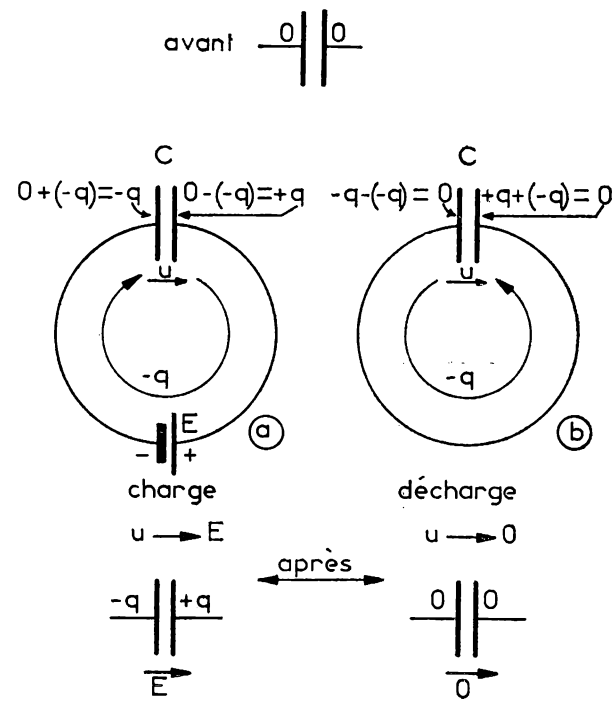
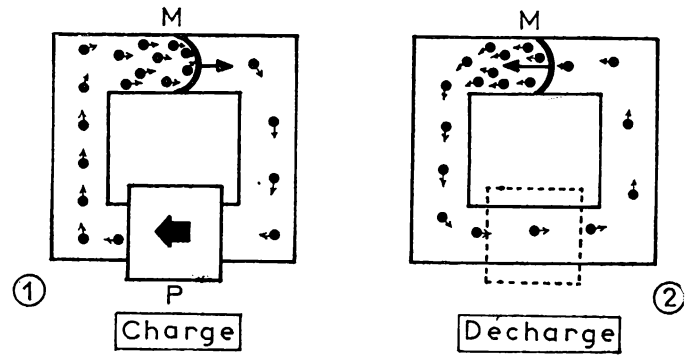


FIG. VI-2. — La charge d'un condensateur consiste à faire passer une quantité d'électricité q d'une armature à l'autre. La décharge ramène les armatures à leur état d'origine.



Un condensateur se comporte comme une membrane élastique qui se tendrait pendant la charge et se détendrait pendant la décharge. Cette façon de voir montre la réaction entre les deux armatures. Quand la membrane se tend sous l'action de la pompe, elle refoule les molécules situées dans la partie droite. Elle les aspirera quand elle se détendra.

ÉNERGIE EMMAGASINÉE PAR UN CONDENSATEUR PENDANT SA CHARGE

Un condensateur chargé se comporte, pendant sa décharge, comme un générateur à f.é.m. décroissante de U à 0.

Puisqu'il est capable de produire la circulation momentanée d'un courant, c'est qu'il a, au cours de sa charge, emmagasiné de l'énergie.

Désignons par U la tension de charge :

u la tension instantanée aux bornes de C ;

R la résistance du circuit de charge ;

i la valeur du courant instantané dans le circuit.

Comme u, est en opposition avec U, la loi de Pouillet nous donne :

$$i = \frac{U-u}{R}.$$

Au début de la charge, $u = 0$ et $i = U/R$, c'est sa valeur maximale.

A la fin de la charge, $u = U$ et $i = 0$; le courant cesse.

C'est la tension : $U-u$, qui conditionne la valeur du courant ; comme cette tension tend vers 0, le déplacement d'électricité d'une armature à l'autre, se fait de moins en moins vite. (Nous verrons plus loin que la durée de charge est infinie).

A la fin de la charge, le condensateur possède une charge $Q = CU$, mais, l'énergie, fournie au condensateur par la source, n'est pas égale à QU, parce que la tension a varié au cours de la charge ; au début de la charge la tension U était tout entière aux bornes de R ; à la fin de la charge, elle était tout entière aux bornes de C. Il faut, pour trouver la valeur de l'énergie fournie au condensateur, faire la somme des énergies fournies à chaque instant de la charge.

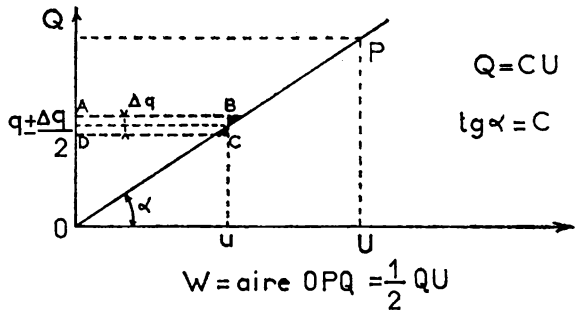


FIG. VI-3. — La droite OP a un coefficient directeur égal à C. L'énergie emmagasinée par C, pendant sa charge, ne se fait pas sous tension constante. Il faut faire la somme des énergies emmagasinées à chaque instant. Si on admet que U reste constante et égale à u pendant une petite variation de charge Δq, l'énergie emmagasinée est $u\Delta q$ égale à l'aire du rectangle $ABCD$. La somme des trapèzes d'aires égales à celles de ces rectangles est égale à l'aire du triangle OPU, donc à $1/2\ QU$

Si on considère un intervalle de temps suffisamment petit pour que la tension n'ait pas, sensiblement, changé de valeur et si on désigne par u, cette tension, l'accroissement d'énergie résultera d'un accroissement de charge dû à une variation de tension du, au voisinage de u. (fig. 3).

On aura :

$$\mathrm{d}W = u\,\mathrm{d}q \quad \text{et} \quad \mathrm{d}q = C\,\mathrm{d}u$$

$$\mathrm{d}W = Cu\,\mathrm{d}u.$$

Si on intègre entre 0 et U, on trouve :

$$W = 1/2\ CU^2 \text{ ou } 1/2\ QU$$

La figure 3 montre, à partir de la droite représentant $Q = f(U)$, que l'énergie, fournie par la source et emmagasinée par le condensateur, est égale à l'aire d'un triangle ayant pour côtés de l'angle droit Q et U. On en déduit que :

$$W = 1/2\ QU$$

Exemple

Quelle est l'énergie emmagasinée par un condensateur ayant une capacité de 1 000 μF, chargé sous une tension de 300 V ?

$$W = 1/2\ 1\,000 \cdot 10^{-6} \cdot 300^2 = 45 \text{ J}.$$

Remarque

Cette énergie peut paraître faible, mais, si on considère qu'un condensateur peut, sans dommages, restituer cette énergie en un temps très court, la puissance instantanée peut être énorme.

Si on décharge ce condensateur en 1/1 000 de s, la puissance instantanée sera :

$$P = W/t = 45 \times 1\,000 = 45 \text{ kW}.$$

FACTEURS DONT DÉPEND LA CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR

1° La nature du matériau constituant les armatures n'a aucune influence sur la capacité, pourvu que ce matériau soit conducteur : cuivre, aluminium, fer, zinc...

2° La nature du diélectrique influe sur la valeur de la capacité.

3° Pour un condensateur plan (à armatures planes et parallèles) la capacité est proportionnelle à la surface des armatures et inversement proportionnelle à la distance qui les sépare. (Cette distance correspond à l'épaisseur du diélectrique) (fig. 4).

On peut mettre la formule donnant la capacité d'un condensateur plan sous la forme :

$$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{e}}$$

C en farads ;

S en mètres carrés ;

e en mètres.

S : surface d'une armature ;

e : distance séparant les armatures ;

ε : facteur caractérisant l'influence du diélectrique.

(Les armatures sont supposées avoir la même surface, être dans des plans parallèles et être superposables par une translation dans une direction perpendiculaire aux plans ; si les armatures étaient décalées l'une par rapport à l'autre, il ne faudrait considérer que les portions de surfaces en regard l'une de l'autre).

Le facteur ε est la " permittivité " dont nous avons parlé au chapitre consacré à l'électrostatique (III).

Ce facteur est égal à : $\dfrac{1}{4\pi K}$.

Quand le diélectrique est le vide ou l'air sec, $K = 9 \cdot 10^9$ et la valeur de ε est ε_0.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \approx 9 \cdot 10^{-12} \text{ U.M.K.S.A}.$$

Quand le diélectrique n'est, ni le vide, ni l'air sec, il faut multiplier ε_0 par un facteur appelé : *permittivité relative* ε_r dont la valeur dépend de la nature du diélectrique.

Le tableau ci-joint donne quelques valeurs de ε_r, pour quelques diélectriques couramment employés.

La formule donnant la valeur de la capacité d'un condensateur plan devient :

$$C = \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot \varepsilon_r \cdot S}{e}.$$

On constate, en regardant le tableau, que la présence d'un isolant, autre que le vide ou le milieu naturel, entre les armatures d'un condensateur, accroît sa capacité.

Nature du diélectrique	Permittivité relative
Céramique type I	5 à 100
Céramique type II	100 à 10 000
Mica	5 à 8
Mylar	3,2
Papier huilé	2 à 4
Papier métallisé	2 à 4
Polycarbonate métallisé	3
Polystyrène	2,5
Verre	5 à 10

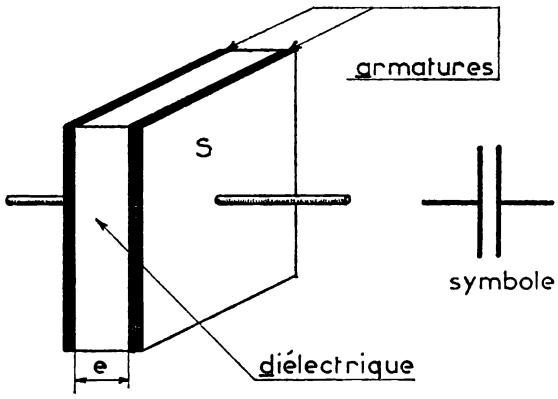
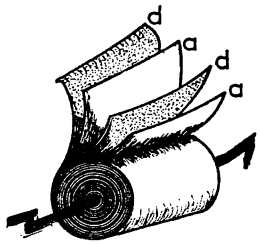


FIG. VI-4. — Condensateur plan et condensateur obteun par enroulement de bandes d'aluminium, constituant les armatures, séparées par des bandes de matériau isolant : papier paraffiné ou huilé...

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{e}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi 9.10^9} \approx 9.10^{-12}$$



CONDENSATEURS VARIABLES

C'est le nom qu'on donne aux condensateurs à capacité variable. Les variations de C, peuvent être obtenues de trois façons :

1° en modifiant la valeur des surfaces d'armatures en regard ;

2° en modifiant l'écartement entre les armatures ;

3° en modifiant la nature du diélectrique interposé entre les armatures.

Ces trois méthodes sont utilisées, en pratique.

COUPLAGES DE CONDENSATEURS

1. Condensateurs en parallèle

Il s'agit de trouver la capacité équivalente à plusieurs condensateurs groupés en parallèle ; c'est-à-dire la capacité unique qui, placée sous la même tension que l'ensemble, prendrait la même charge que l'ensemble.

Soient C_1, C_2, C_3, trois condensateurs en parallèle et C, la capacité équivalente (fig. 5).

Chacun des condensateurs est chargé sous la même tension U.

On a donc :

$$Q_1 = C_1U \qquad Q_2 = C_2U \qquad Q_3 = C_3U$$

Par définition on a, pour la capacité équivalente :

$$Q = CU \text{ avec } Q = Q_1+Q_2+Q_3 = C_1U+C_2U+C_3U = (C_1+C_2+C_3)U$$

On en conclut que $$C = C_1+C_2+C_3$$

Si les trois condensateurs sont identiques, la formule devient :

$$C = 3\,C_1$$

Le pôle positif du générateur, par exemple, voit les 3 condensateurs comme un seul condensateur, ayant une surface d'armature, 3 fois plus grande, et on a vu que la capacité était proportionnelle à la surface des armatures. On aboutit, donc, aux mêmes conclusions.

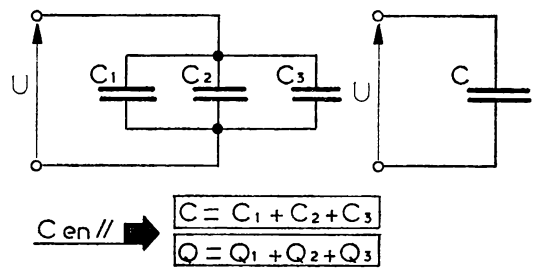


FIG. VI-5. — Condensateurs en parallèle et condensateur équivalent. Les condensateurs se chargent sous la même tension. Les charges individuelles s'ajoutent et tout se passe comme si on avait affaire à un condensateur unique dont la surface des armatures serait plus grande.

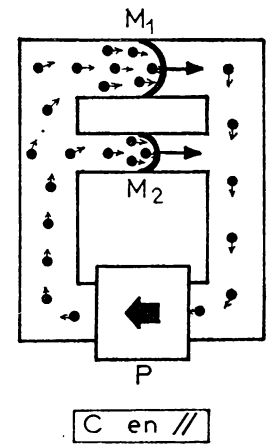


FIG. VI-6. — Les condensateurs sont remplacés par des membranes élastiques et la pompe doit, pour refouler les deux membranes faire circuler plus de molécules que s'il n'y avait qu'une seule membrane à tendre.

2. Condensateurs en série

Quand des condensateurs sont montés, en série, ils prennent obligatoirement la même charge. Il y a dans toutes les parties conductrices du circuit, un déplacement d'ensemble de charges électriques, ainsi que le montre la figure 8. Le générateur fait passer une quantité d'électricité $-q$, de l'armature de C_2, reliée au pôle positif, à l'armature de C_1, reliée au pôle négatif ; en même temps, une quantité d'électricité $-q$, passe de l'autre armature de C_1 à l'armature de C_2 à laquelle elle est reliée.

Le condensateur équivalent C, prendra une charge Q, égale à la charge commune des condensateurs en série, sous la tension U (fig. 7).

Des éléments, en série, se partagent la tension, on a donc :

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$Q = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = C_3 \cdot U_3 = C \cdot U$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \; U$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

L'inverse de la capacité équivalente est égale à la somme des inverses des capacités montées en série.

On en tire les conclusions suivantes :

1° la capacité équivalente à plusieurs capacités, en série, est plus petite que la plus petite ;

2° comme les charges des capacités sont égales, c'est la plus petite des capacités qui supporte la plus grande tension.

Les tensions se répartissent, aux bornes des capacités, d'une manière inversement proportionnelle à la capacité.

Si les condensateurs, montés en série, sont identiques, la formule devient : $C = C_1/n$ (n nombre de condensateurs).

Mettre n condensateurs identiques, en série, revient à multiplier par n, l'épaisseur du diélectrique, donc, à diviser la capacité par n, puisque la capacité est inversement proportionnelle à l'épaisseur du diélectrique.

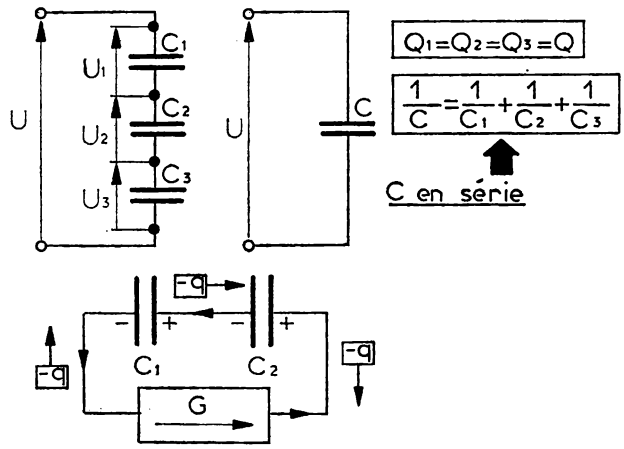


FIG. VI-7 et 8. — Condensateurs en série. Ils prennent tous la même charge comme le montre la figure 8. Il y a un déplacement d'ensemble des électrons dans tout le circuit (voir figure 8 *bis*).

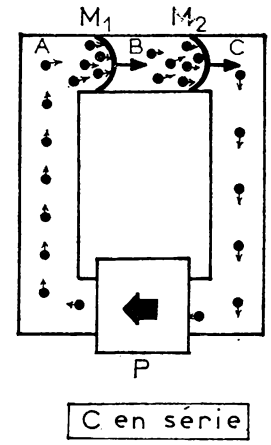


FIG. VI-8 *bis*. — La pompe refoule la membrane M_1. Les molécules de gaz qui sont entre les deux membranes se déplacent et refoulent la membrane M_2 qui refoule les molécules situées à sa droite. Il y a un déplacement d'ensemble des molécules de gaz dans tout le circuit jusqu'à ce que la force de tension des membranes neutralise la force exercée par la pompe.

Remarque

Les formules relatives aux groupements de condensateurs sont inversées par rapport à celles qui sont relatives aux groupements de résistances.

CLAQUAGE DU DIÉLECTRIQUE

Entre les armatures d'un condensateur chargé, existe un champ électrique : $E = \frac{U}{e}$; si ce champ est trop intense, il peut amener le claquage du diélectrique qui met les armatures en court-circuit. Plus l'épaisseur de l'isolant est grande, moins le champ est intense, pour une tension donnée, appliquée entre les armatures.

Pour une épaisseur d'isolant donnée, le champ électrique est proportionnel à la tension U. On appelle : *tension disruptive* la tension qui produit le claquage d'une épaisseur d'isolant donnée. On définit, également, *un champ disruptif.*

Un condensateur devra donc, être défini, non seulement, par sa capacité, mais aussi, par la tension qu'il peut supporter, sans risque de claquage de l'isolant, cette tension est appelée *tension de service.*

Le couplage de condensateurs, en série, permet d'avoir l'équivalent d'un condensateur ayant une plus grande tension de service. Si n condensateurs identiques sont montés en série, la tension de service est multipliée par n, mais la capacité est divisée par n.

On remarquera que l'énergie emmagasinée est multipliée par n, en effet :

$$W = \frac{1}{2}\frac{C}{n}(n \cdot U)^2 = \left(\frac{1}{2} C \cdot U^2\right) n \, .$$

Le montage de condensateurs en parallèle, augmente la capacité, mais ne modifie pas la tension de service qui reste celle du condensateur qui a la tension de service la plus faible.

DURÉE DE LA CHARGE ET DE LA DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR.

CONSTANTE DE TEMPS

Pendant la charge d'un condensateur, une quantité d'électricité $-Q$, doit passer d'une armature à l'autre, à travers le circuit de charge.

Ce déplacement d'électricité va être entravé par les obstacles que la résistance du circuit oppose à toute circulation de courant. D'autre part, le déplacement d'électricité est, pour une tension donnée, proportionnel à la capacité du condensateur.

La durée du déplacement va donc, dépendre, de la quantité d'électricité à déplacer (qui dépend de C) et de la difficulté qu'éprouveront les charges électriques à se mouvoir à travers le circuit (influence de R).

On constate que la durée du déplacement est liée au produit $CR = \tau$, appelé « constante de temps » du circuit.

La force qui produit le déplacement d'électricité et qui est proportionnelle à la différence u entre la tension de charge U et la tension aux bornes de C, va en diminuant, au fur et à mesure que le condensateur se charge ; le déplacement se fait de moins en moins vite et les dernières charges n'arrivent jamais ; le condensateur exige un temps infini pour se charger.

La courbe représentant le processus de charge d'un condensateur de capacité C, à travers un circuit de résistance R, est une "exponentielle" ; elle est représentée sur la figure 10.

Pour vérifier le bien-fondé de cette courbe, on peut faire l'expérience décrite sur la figure 9.

Le circuit expérimental se compose d'un générateur à f.é.m. variable et à résistance interne négligeable devant la résistance R, placée dans le circuit. Le circuit oblige le condensateur C, à se charger à travers une résistance R. Aux bornes du condensateur est placé un tube au néon qui a la propriété de se comporter comme une résistance infinie quand il n'est pas amorcé et de s'illuminer lorsqu'une certaine tension est appliquée entre ses bornes (tension d'amorçage).

Pour relever la valeur de la tension d'amorçage, il suffit de débrancher le condensateur et de placer un voltmètre aux bornes du générateur. En élevant progressivement la tension fournie par le générateur, on constate que, pour une tension bien définie, le tube au néon s'illumine. Il suffit de noter l'indication donnée par le voltmètre au moment de l'amorçage.

Soit 80 V, cette tension d'amorçage.

La courbe nous dit que la tension aux bornes du condensateur atteint 63 % de U, au bout d'un temps égal à $\tau = CR$.

Supposons que $C = 10\ \mu F$ et $R = 1\ M\Omega$, la constante de temps est : $CR = 10 \cdot 10^{-6} \times 1 \cdot 10^{6} = 10$ s.

Réglons la tension aux bornes du générateur à une valeur telle que le tube au néon s'illumine au bout d'une constante de temps. Il faut pour cela que 80 V = 0,63 U.

U doit donc avoir, pour valeur : 80/0,63 = 138 V.

Assurons-nous que le condensateur est bien déchargé en le mettant, durant quelques instants, en court-circuit, puis rebranchons-le.

L'interrupteur double permet de déclencher le processus de charge du condensateur et de déclencher, simultanément, le démarrage d'un chronoscope (compteur de temps).

En arrêtant le chronoscope au moment où le tube s'illumine, on constate que le chronoscope indique une valeur très voisine de 10 s.

Au bout de deux constantes de temps, la tension atteint 86 % de U. Il faut régler U à : 80/0,86 = 93 V.

Le condensateur étant déchargé et le chronoscope remis au départ, l'expérience montre que le tube s'illumine au bout d'un temps voisin de 20 s.

Il ne faut pas compter faire l'expérience pour $t = 3\ \tau$, car les diverses causes d'erreurs rendent les résultats très imprécis.

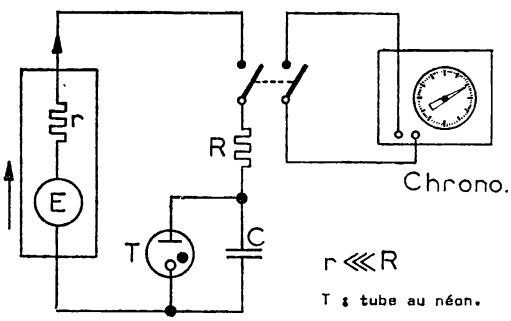


FIG. VI-9. — Dispositif pour mettre en évidence le rôle de la constante de temps. On ajuste la f.é.m. du générateur pour que le tube au néon s'illumine au bout de une ou deux constantes de temps.

LOI EXPONENTIELLE DE CHARGE

Cette fonction est étudiée dans le programme de mathématiques de F2.

Pour ce qui est de l'aspect physique du phénomène, la courbe est telle que, au bout d'un temps égal à τ, la tension u aux bornes de C, s'accroît des 63 % de la différence entre la tension de charge U et la tension u. Autrement dit, à chaque constante de temps, le condensateur prend 63 % de la charge qu'il lui reste à prendre (ou 63 % de la tension qui lui manque).

Exemple :

$U = 100$ V.

Au bout du temps τ, la tension atteint $100 \times 0{,}63 = 63$ V. Il manque $100 - 63 = 37$ V aux bornes de C, pour qu'il soit chargé complètement. Pendant la deuxième constante de temps, la tension va s'accroître de 63 % de 37 V, soit de $37 \times 0{,}63 = 23$ V et atteindre $63 + 23 = 86$ V. Il manque encore $100 - 86 = 14$ V.

Pendant la troisième constante de temps, la tension u, va s'accroître de 63 % de 14 V, soit de $14 \times 0{,}63 = 9$ V et devenir $86 + 9 = 95$ V.

Au bout de cinq constantes de temps, le condensateur a pris 99 % de sa charge maximale.

Ainsi, dans notre expérience, le condensateur prendrait 99 % de sa charge maximale au bout de 50 s ; il serait ridicule d'attendre un temps infini pour récupérer le 1/100 manquant.

On comprend qu'il faille attendre un temps infini pour qu'un condensateur se charge complètement, puisque, à chaque constante de temps, le condensateur ne peut prendre que 63 % de la charge manquante.

Remarque

La durée de charge d'un condensateur est indépendante de la tension de charge ; cela se comprend très bien, car si on augmente U, on augmente la vitesse de déplacement des électrons, mais on augmente, en même temps, le nombre d'électrons qui doivent se déplacer, puisque la charge est proportionnelle à U.

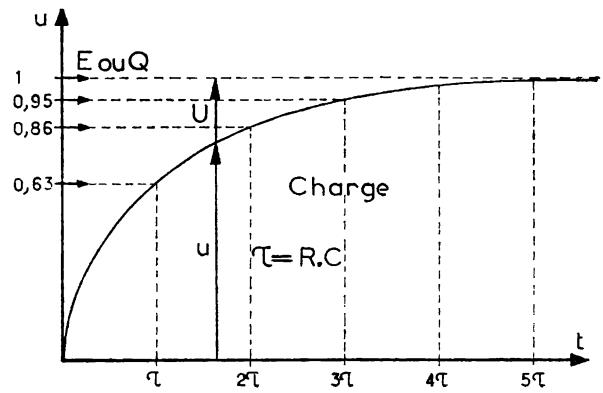


FIG. VI-10. — Courbe représentant la charge d'un condensateur en fonction du temps. A chaque constante de temps, le condensateur acquiert 63 % de la charge qui lui manque pour être chargé complètement, c'est-à-dire pour posséder une charge égale à CU.

DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR A TRAVERS UNE RÉSISTANCE

Quand un condensateur se décharge, il passe, en sens inverse, dans le circuit, la même quantité d'électricité que celle qui est passée durant la charge et elle rencontre les mêmes difficultés de circulation. Le processus de décharge sera donc, analogue à celui de la charge.

A chaque constante de temps, le condensateur perdra 63 % de la charge qui lui reste et il faudra un temps infini pour qu'il soit complètement déchargé, cependant, au bout de 5 τ, il aura perdu 99 % de sa charge.

La figure 11 montre l'allure du phénomène de décharge.

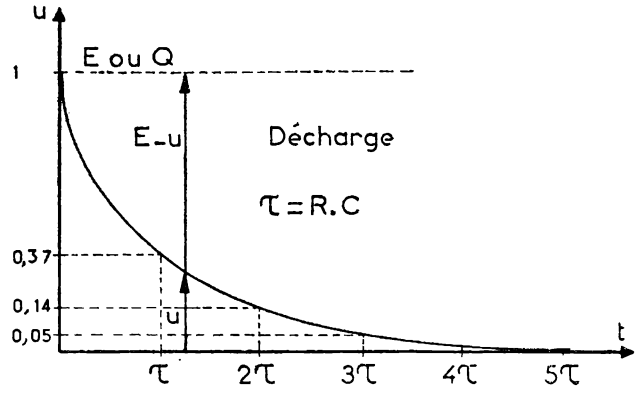


FIG. VI-11. — Courbe représentant la décharge d'un condensateur en fonction du temps. A chaque constante de temps, le condensateur perd 63 % de la charge qu'il lui reste à perdre pour être complètement déchargé.

EFFETS CAPACITIFS

Les condensateurs sont conçus pour avoir des effets capacitifs (possibilité de se charger et d'emmagasiner de l'énergie, possibilité de restituer cette énergie sous tension décroissante), mais, il existe des effets capacitifs ailleurs que dans les condensateurs fabriqués intentionnellement.

A chaque fois qu'il existera, entre deux corps conducteurs isolés l'un de l'autre, une différence de potentiel, il y aura **effet capacitif.** La figure 12 en donne quelques exemples ; il en existe bien d'autres : capacité entre les spires d'un bobinage, entre les électrodes d'un tube électronique, d'un transistor, etc.

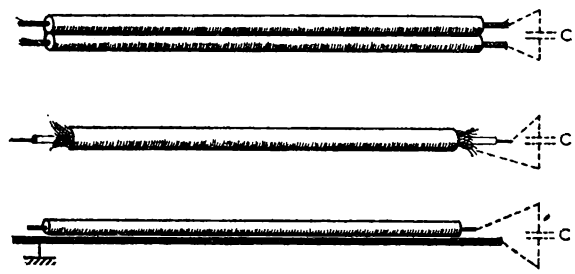


FIG. VI-12. — Il y a effet « capacitif », à chaque fois que deux conducteurs sont séparés par un corps isolant et que les parties, en regard, de ces conducteurs sont à des potentiels différents.

Fils parallèles ; conducteurs coaxiaux ; conducteur voisin d'un châssis métallique.

IMPORTANCE DE LA CONSTANTE DE TEMPS

Un ensemble *RC*, donné, exige, pour la charge ou la décharge de *C*, un certain temps lié à la valeur de la constante de temps. Si une modification de la tension appliquée aux bornes du circuit *RC* dure un temps suffisamment court, pour que le condensateur n'ait pas le temps de modifier sa charge, la tension aux bornes de *C*, restera pratiquement nulle, si le condensateur n'est pas chargé, ou égale à la tension de charge, si le condensateur était, préalablement, chargé.

Un condensateur ne joue un rôle dans un circuit que s'il se charge ou s'il se décharge, car, c'est seulement dans ce cas, qu'un courant circule dans le circuit du condensateur.

Dans les cas envisagés ci-dessus, le condensateur se comporte comme s'il n'existait pas, s'il n'a pas le temps de se charger ou comme une tension fixe, s'il n'a pas le temps de se décharger.

Nous allons voir le comportement d'un condensateur dans trois cas, représentés sur les figures 13 à 19.

1. Circuit de la figure 13

Un circuit *RC* ayant une constante de temps de 10 s, est soumis, tous les dixièmes de secondes à une tension de 10 V, pendant un dixième de seconde. Comme ce temps est très inférieur à la constante de temps (1/100 de τ), le condensateur ne se chargera pratiquement pas, ainsi que le montre la figure 14.

La figure 15 montre, *en haut*, la forme de la tension de charge. *Au milieu*, on voit la forme de la tension aux bornes de R, si le condensateur n'était pas chargé. Toute la tension de charge se trouve aux bornes de R, puisque u reste nulle. U_R a la même forme que U. *En bas* de la figure 15, on voit ce que serait la tension aux bornes de R, en supposant que le condensateur ait été préalablement chargé.

Quand le commutateur est dans la position 1, le condensateur étant chargé à 10 V, il n'y a aucune tension aux bornes de R. Quand le commutateur est dans la position 2, l'extrémité A de la résistance se trouve au potentiel 0, et l'extrémité B, à $+10$ V, potentiel de l'armature positive du condensateur. La tension U_R qui est égale à $U_A - U_B$, vaut -10 V.

Quand le condensateur n'est pas chargé, la tension aux bornes de R est la même que si C n'existait pas.

Quand le condensateur est chargé, il maintient le potentiel de l'extrémité B de la résistance à $+10$ V, comme le ferait une batterie d'accumulateurs ayant une f.é.m. de 10 V.

FIG. VI-13

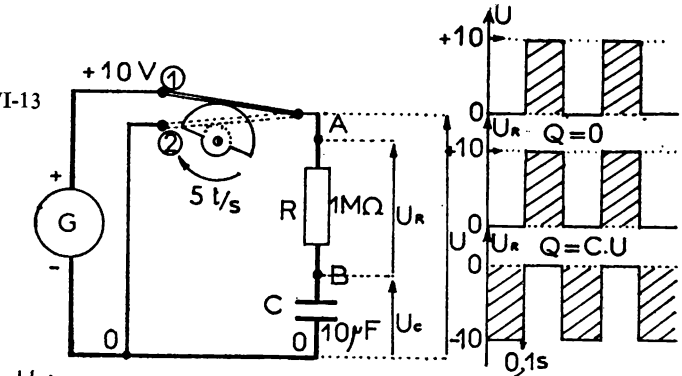


FIG. VI-14

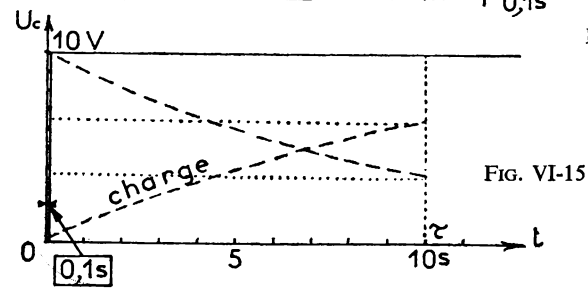


FIG. VI-15

FIG. VI-13, 14 et 15. — Ces figures ont pour but de montrer que si la constante de temps d'un circuit RC est grande, la charge du condensateur n'est pratiquement pas modifiée par l'application momentanée ou la suppression momentanée d'une tension aux bornes du circuit, si la durée de la modification apportée est faible en comparaison de la constante de temps.

Dans l'exemple, l'application de la tension ou sa suppression dure 1/100 de la constante de temps.

Si le condensateur n'est pas chargé, il ne se charge pratiquement pas et s'il a été préalablement chargé, sa charge n'est pratiquement pas modifiée.

Remarque

Si, au départ, le condensateur n'est pas chargé, il prendra à chaque tour de la came, une petite charge dont il perdra une partie quand le commutateur sera en position 2. Il finira par se charger, en partie, si le système fonctionne pendant un temps suffisamment long.

2. Circuit de la figure 16

Le système de commutation est le même que précédemment, mais le circuit est différent. En // avec C, se trouve une résistance R_2.

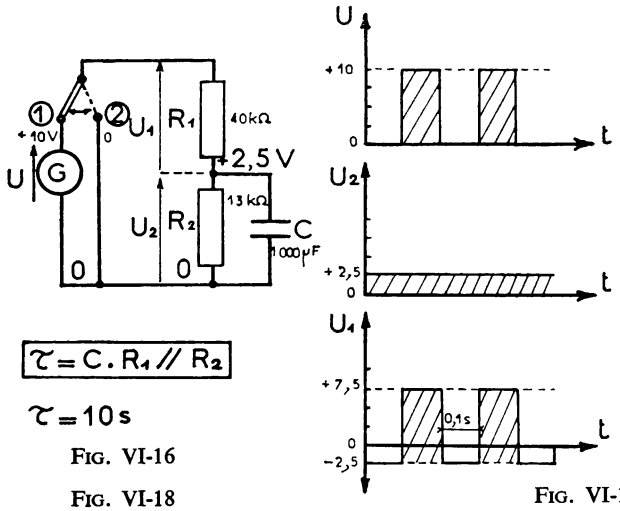


FIG. VI-16

FIG. VI-18

FIG. VI-17

FIG. VI-16 et 17. — La constante de temps du circuit égale à $C(R_1 // R_2)$ étant grande, le condensateur n'a pas le temps de modifier sa charge d'une manière appréciable et il maintient, fixe, le potentiel du point commun aux deux résistances.

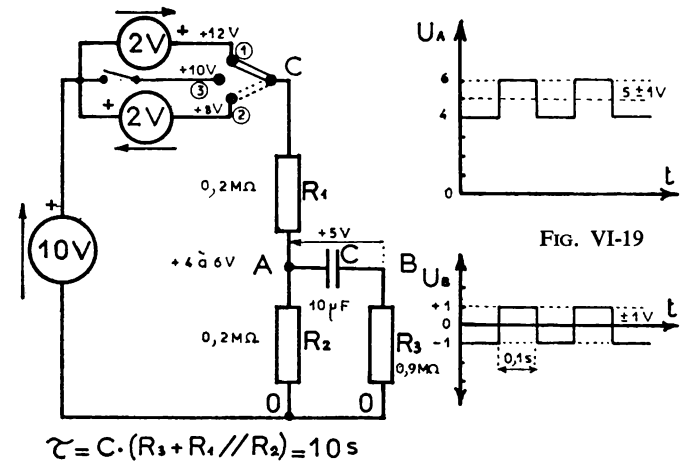


FIG. VI-19

FIG. VI-18 et 19. — Si C n'a pas le temps de modifier sa charge d'une manière appréciable, il transmet, à sa deuxième armature, les variations de potentiel de la première.

Le potentiel de A varie de 1 V de part et d'autre de 5 V, alors que celui de B varie de 1 V, de part et d'autre de 0. La composante continue, constante et égale à U_C, est éliminée par la liaison capacitive entre R_2 et R_3.

Laissons le commutateur en position 1, pour permettre au condensateur de se charger. Le diviseur de tension formé de R_1 et R_2 chargera le condensateur à une tension de 2,5 V.

$$U_2 = U_C = 10 \frac{13}{40+13} = 2{,}5 \text{ V} .$$

Faisons tourner la came du commutateur pour que l'extrémité supérieure de R_1 demeure au potentiel +10 V, pendant 0,1 s, puis, au potentiel 0, pendant 0,1 s.

En position 2, le condensateur pourrait se décharger à travers R_1 et à travers R_2, la constante de décharge est donc égale à :

$$C(R_1 // R_2) = 1\,000 \cdot 10^{-6} \times \frac{40 \times 13}{40+13}\ 10^3 = 10 \text{ s} .$$

En 0,1 s, le condensateur n'a pas le temps de se décharger, d'une façon appréciable, et il va maintenir, aux bornes de R_2, une tension de 2,5 V, pratiquement constante (fig. 17).

La tension aux bornes de R_1, sera $10-2{,}5 = 7{,}5$ V en position 1, et $-2{,}5$ V en position 2 (fig. 17).

U_1 subira des variations de 10 V, de +7,5 V à −2,5 V.

U_2, par contre, ignorera le fonctionnement du commutateur et restera constante.

Remarque

Après un fonctionnement prolongé du système, le condensateur finirait par se décharger, en partie, car, il se décharge plus vite qu'il ne se charge.

3. Circuit de la figure 18

Ce circuit est un peu plus complexe. La position 3 du commutateur a pour but de pouvoir charger préalablement le condensateur en reliant le point C au $+10$ V, durant un temps suffisant. Ensuite, le commutateur reliera, pendant 0,1 s, le point C à $+12$ V (position 1) puis pendant le dizième de seconde suivant le point C à $+8$ V. Le point C verra son potentiel passer de $+12$ à $+8$ V, soit, une variation de 2 V de part et d'autre de 10 V.

La tension entre C et 0 comprend : une *tension constante* de 10 V, appelée « composante continue » et une *tension variable* de ± 2 V, superposée à la composante continue.

Pour la position 3 du commutateur, le condensateur va se charger à la tension existant en A, et fixée par le diviseur de tension composé de R_1 et de R_2, soit à une tension de 5 V. Comme $R_1 = R_2$, la tension en A, est la moitié de la tension en C. Le condensateur étant supposé chargé, aucun courant ne circule dans R_3 et la tension aux bornes de cette résistance est nulle. Le condensateur est associé à trois résistances : il voit, du côté de son armature négative R_3 et, du côté de son armature positive R_2 en // avec R_1, les résistances des générateurs de tension étant nulles. La constante de temps est, alors :

$$C[R_3+(R_1 \,//\, R_2)] \text{ soit :}$$

$$10\cdot 10^{-6}(0{,}9+0{,}1)\cdot 10^{6} = 10 \text{ s}$$

Les variations de tension du point C, qui sont réduites de moitié au point A, par le diviseur de tension, ne seront pas ressenties par le condensateur, car elles ont une durée faible en comparaison de la constante de temps. Lorsque le point A passera de $+6$ à $+4$ V, le point B, passera de $+1$ à -1 V, car, le condensateur maintient, entre ses armatures une tension de 5 V.

Aux bornes de R_3, on ne retrouvera que la composante variable de la tension en A ; la composante continue de 5 V, aura disparu. C'est ce qui fait dire qu'un condensateur, utilisé comme organe de liaison entre deux points, *élimine la composante continue*. Cela n'est vrai que si les variations de la tension sont suffisamment rapides pour que le condensateur n'ait pas le temps de modifier sa charge d'une manière appréciable.

Ces circuits seront rencontrés, en électronique, où des condensateurs sont utilisés comme liaisons entre des étages à tubes ou à transistors ou, en parallèle avec des résistances, dans le but de soustraire ces résistances à l'effet de la composante variable d'un signal. (Découplages de résistances de cathode ou d'émetteur, par exemple).

La charge d'un condensateur à travers une résistance est utilisée, pour le balayage des oscilloscopes, dans des circuits appelés « bases de temps », dans les circuits de temporisation, dans les générateurs de signaux non sinusoïdaux, dans les appareils de mesure numériques.

Le condensateur est un des composants fondamentaux des circuits électroniques ; c'est pourquoi, il est nécessaire de bien connaître son comportement.

Remarque

Considérons un condensateur dont une armature est mobile par rapport à l'autre et peut se déplacer de part et d'autre de sa position d'équilibre. Ce condensateur est placé dans un circuit de résistance telle que la constante de temps soit grande.

Supposons que le condensateur soit pratiquement chargé. Il y a eu déplacement d'une charge Q.

Si on fait varier la distance qui sépare les armatures en un temps faible, comparé à la constante de temps, le condensateur ne va pas avoir le temps de modifier sa charge d'une façon appréciable.

Avant le déplacement de l'armature, le condensateur avait une capacité C et il existait entre ses armatures une tension U, telle que $U = Q/C$.

Si le déplacement de l'armature réduit de moitié la distance entre les armatures, la capacité du condensateur est doublée. Comme la charge est demeurée pratiquement constante, la tension aux bornes du condensateur a diminué de moitié.

$$U' = Q/2C = U/2.$$

Si le même déplacement se produit en sens inverse, la distance entre les armatures va être les 3/2 de sa valeur au repos et la capacité va être réduite aux 2/3 de sa valeur au repos.

La tension entre les armatures sera 3/2 de U.

Si le déplacement symétrique de l'armature est faible en comparaison de la distance entre les armatures, la variation de tension sera, pratiquement, la même, de part et d'autre de la tension de repos. Cette tension sera fonction de l'amplitude des déplacements de l'armature et du rythme de ces déplacements (que nous appellerons, plus tard, la fréquence). C'est le principe sur lequel fonctionnent les microphones à condensateur ou électrostatiques.

LOI D'ÉTABLISSEMENT DU COURANT DANS UN CIRCUIT INDUCTIF

Ce paragraphe qui fait partie de l'Electromagnétisme est placé ici. car la loi d'établissement du courant dans un circuit inductif est la même que celle qui régit l'établissement de la tension aux bornes d'un condensateur.

La constante de temps L/R remplace CR. Comme R figure au dénominateur et qu'il est impossible de faire une bobine sans résistance (à la température ordinaire), la constante de temps reste toujours faible, de l'ordre du dixième de seconde et il est difficile de constater le retard à l'établissement du courant en observant un ampèremètre, à cause de l'amortissement de l'appareil. Le phénomène peut être observé à l'oscilloscope, en intégrant des signaux rectangulaires.

La disparition du courant se fait de la même façon que celle de la tension aux bornes d'un condensateur (fig. 20).

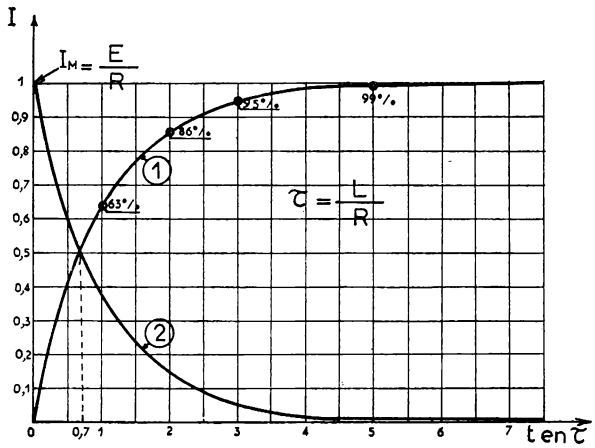


FIG. VI-20. — Courbes représentant la loi d'établissement ① et de disparition ② du courant dans un circuit inductif.
Plus L est grande, plus la f.é.m. induite est importante et retarde, l'établissement du courant, en s'opposant à la tension du générateur.
Plus R est grande, plus elle s'oppose à la variation de courant qui est cause de la f.é.m. induite et plus le courant s'établit vite (R est la résistance totale du circuit).

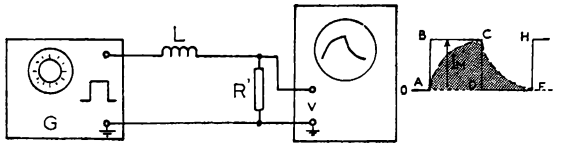


FIG. VI-21. — Observation du temps d'établissement du courant sur l'écran d'un oscilloscope. La fréquence de répétition des signaux rectangulaires devra être égale à 10 L/R.

ANALOGIE ENTRE LES PHÉNOMÈNES MÉCANIQUES ET ÉLECTRIQUES

Nous avons étudié trois composants essentiels : *les résistances, les inductances* et *les capacités.*

Les *résistances* qui retardent le déplacement des électrons et transforment une partie de l'énergie disponible dans le circuit, en chaleur, jouent un rôle analogue aux *forces de frottement*, en mécanique.

Les *inductances* qui s'opposent à toute variation de courant dans un circuit électrique, en retardant l'établissement ou la coupure d'un courant, sont analogues aux *forces d'inertie* qui, en mécanique, s'opposent à toute variation du mouvement d'un corps, en retardant sa mise en mouvement et son arrêt. L'énergie, emmagasinée dans le champ magnétique par une inductance, au moment de l'établissement d'un courant, et restituée à la coupure, est analogue à celle qu'emmagasine un corps qu'on met en mouvement et qu'il restitue lorsqu'on veut l'immobiliser.

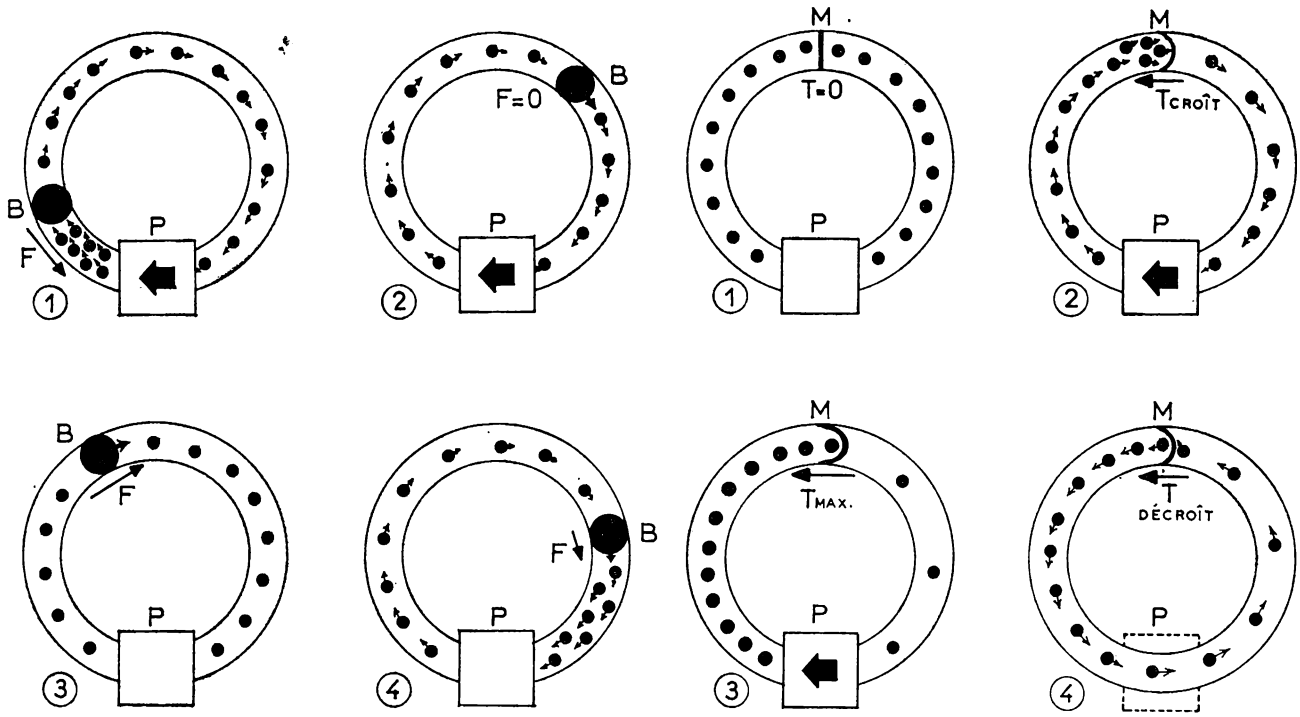


FIG. VI-21. — Analogie entre les phénomènes d'inertie et les phénomènes inductifs. *B* est une boule pesante. En ①, la pompe se met en marche ; la boule, du fait de son inertie, ne peut suivre le mouvement des molécules qui tendent à faire avancer la boule et une concentration de molécules se fait à l'arrière de la boule, le vide tendant à se faire à l'avant. La pression, créée à l'arrière de la boule, tend à s'opposer à l'action de la pompe. C'est l'équivalent de la f.é.m. induite qui se crée quand on tente d'établir un courant dans un circuit inductif. En ② la boule a pris de la vitesse et a fini par suivre le mouvement des molécules. En ③, on arrête le fonctionnement de la pompe ; les molécules tendraient à s'arrêter, mais, la boule, du fait de son inertie (et de l'énergie acquise de ce fait), va continuer son mouvement en ralentissant. En ④, elle crée une concentration de molécules devant elle et une dépression derrière elle ; la différence de concentration a changé de sens. C'est l'équivalent de la f.é.m. induite qui se crée quand on tente d'interrompre le courant dans un circuit inductif et qui prolonge ce courant jusqu'à ce que l'énergie emmagasinée dans le champ magnétique ait été dissipée.

FIG. VI-22. — Analogie entre les phénomènes élastiques et les phénomènes capacitifs. En ①, la pompe ne fonctionne pas, la membrane élastique *M* est dans sa position de repos. En ②, on met la pompe en marche. Les molécules, poussées par la force de la pompe, et ne pouvant traverser la membrane, poussent cette membrane vers la droite. La force de tension de la membrane, qui va en croissant, finit par neutraliser celle de la pompe. En ③, le mouvement des molécules est arrêté et la membrane tendue. En ④, la pompe est arrêtée ; la tension de la membrane repousse les molécules vers la gauche et la concentration tend à s'uniformiser tandis que la membrane reprend sa forme initiale.

La tension de la membrane est analogue à celle qui existe aux bornes d'un condensateur chargé.

Dans le cas de la boule, la concentration des molécules à l'arrière de la boule précède le mouvement de ces molécules ; dans le cas de la membrane, la concentration à l'arrière de la membrane résulte du mouvement des molécules et vient, donc, après. Le « mouvement » est analogue à « l'intensité » ; la « différence de concentration » à la « tension ».

Les condensateurs qui emmagasinent de l'énergie quand on les charge et qui la restituent quand on les décharge, ont un comportement analogue à celui d'un ressort qui emmagasine de l'énergie quand on le tend et qui la restitue quand on le laisse se détendre (forces élastiques).

(L'étude de phénomènes mécaniques complexes est souvent faite en étudiant le comportement du circuit électrique équivalent).

On peut comparer la tension à une force et le courant à un mouvement.

Quand la force d'inertie est maximale, la vitesse du mouvement est minimale et quand la force d'inertie disparaît, la vitesse du mouvement devient maximale (fig. 21).

Quand la f.é.m. induite est maximale à l'établissement d'un courant, le courant a sa valeur minimale ; elle atteint sa valeur maximale quand la f.é.m. induite disparaît.

Quand on tend un ressort, on déplace les spires du ressort et la tension du ressort devient maximale quand le déplacement cesse, car, la tension s'oppose de plus en plus au déplacement et finit par l'arrêter. Au début de la manœuvre, le déplacement relatif des spires était facile, car, aucune force ne s'y opposait (fig. 22).

Quand un condensateur se charge le courant est maximal quand la tension aux bornes du condensateur est nulle et le courant devient nul quand la tension aux bornes du condensateur est maximale.

Le courant dans le circuit *précède la tension* aux bornes du condensateur, alors que pour une inductance, *la tension* induite *précède le courant* dans le circuit. Cela permet de prévoir le sens des déphasages que nous rencontreront en courant alternatif.

RÉSUMÉ

Un condensateur est constitué, dans sa forme la plus simple, de deux plaques métalliques : **ses armatures,** *séparées par un corps isolant :* **son diélectrique.**

Si on applique une tension continue entre ses armatures, un déplacement **momentané** *d'électricité a lieu dans tout le circuit conducteur ; une quantité d'électricité qu'on appelle :* **la charge** *du condensateur, passe d'une armature sur l'autre ; elle est* **proportionnelle à la tension appliquée** *entre les armatures.*

Le rapport constant entre la charge et la tension appliquée caractérise le condensateur : c'est sa **capacité.**

Entre les armatures d'un condensateur chargé, on mesure une tension égale à celle du générateur qui a servi à le charger. Si on relie, par un conducteur, les armatures d'un condensateur chargé, le condensateur reprend son état primitif ; pour cela, il faut qu'un déplacement d'électricité en sens inverse du premier se produise dans le circuit ; on dit que le condensateur se décharge.

Quand un condensateur se charge, il emmagasine une énergie proportionnelle à sa capacité et au carré de la tension existant entre ses armatures ; il restitue cette énergie pendant sa décharge.

La capacité d'un condensateur plan est **proportionnelle à la surface de ses armatures, inversement proportionnelle à l'épaisseur de son diélectrique** ; *elle dépend de la nature du diélectrique mais ne dépend pas de celle des armatures.*

Un condensateur qui n'est pas chargé se comporte, momentanément, comme un « court-circuit ».

Un condensateur chargé se comporte, momentanément, comme un « générateur de courant continu » ayant une f.é.m. égale à la tension existant entre ses armatures.

Lorsqu'un condensateur se charge à travers une résistance, la durée de sa charge est infinie ; cependant il acquiert 99 % de sa charge maximale, au bout d'un temps égal à 5 fois le produit CR, appelé « constante de temps ». Il perd 99 % de sa charge au bout du même temps.

Formules relatives au condensateur

Charge : $Q = CU$

Energie emmagasinée : $W = 1/2\ CU^2$

Capacité d'un condensateur plan :

$$C \approx 9 \cdot 10^{-12} \cdot \varepsilon_r \frac{S}{e}.$$

Condensateurs en parallèle : $C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$

Condensateurs en série : $1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \ldots$

PROBLÈMES

1. Calculer la charge prise par un condensateur ayant une capacité de 100 nF, si on applique une tension de 1 500 V entre ses armatures. Quelle énergie a-t-il emmagasinée au cours de sa charge ?

2. Quelle devrait être la capacité d'un condensateur qui prendrait une charge de 25 mC, sous une tension de 400 V ?

3. Sous quelle tension devrait-on charger une capacité de 64 μF, pour qu'elle emmagasine une énergie de 16 J ?

De quelle valeur faudrait-il élever la tension de charge pour que l'énergie emmagasinée passe à 20 J ?

Quelle serait la variation de charge du condensateur ?

4. Un condensateur plan est formé de deux plaques d'aluminium carrées de 50 cm de côté, séparées par une lame de mica ayant une épaissseur de 2/10 de mm. La permittivité relative du mica est 8. Calculer la capacité du condensateur ? Le champ disruptif du mica est de 100 millions de V/m. Quelle est la tension de claquage de ce condensateur ? Quelle énergie emmagasinerait-il si on le chargeait à une tension égale à la moitié de sa tension de claquage ?

5. On monte, en parallèle, trois condensateurs ayant, respectivement, comme capacités : 16 μF, 32 μF et 64 μF et comme tensions de service 400 V, 300 V, 200 V.

On les charge sous la plus grande tension possible. Quelle est l'énergie emmagasinée par l'ensemble ?

On monte les trois condensateurs, en série, et on alimente l'ensemble sous la plus grande tension possible.

Quelle est cette tension ? Quelle est l'énergie emmagasinée par l'ensemble, dans ce cas ?

6. On dispose d'un grand nombre de condensateurs de 250 nF ayant une tension de service de 150 V. Comment doit-on grouper un certain nombre de ces condensateurs pour obtenir un ensemble ayant les caractéristiques suivantes :

Capacité : 125 nF	Tension de service : 300 V	(1)
Capacité : 1 μF	Tension de service : 150 V	(2)
Capacité : 1 μF	Tension de service : 300 V	(3)
Capacité : 250 nF	Tension de service : 1 200 V	(4)
Capacité : 500 nF	Tension de service : 600 V	(5)

7. On monte, en série, trois condensateurs ayant pour capacités : 10 nF, 90 nF, 900 nF. Comment ces condensateurs vont-ils se partager la tension appliquée aux bornes de l'ensemble. Cette tension sera désignée par U. Application numérique : $U = 1\,000$ V. En déduire les tensions de service de chacune de ces capacités, si celles-ci doivent fonctionner sous une tension $U = 1\,500$ V.

8. Un condensateur de 500 μF se charge sous une tension de 200 V, à travers une résistance de 200 kΩ.

Quelle est la constante de temps du circuit ?

En utilisant les données de la courbe de charge, calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur pendant chacune des trois premières constantes de temps. Tracer la courbe représentant l'énergie emmagasinée en fonction du temps.

9. On charge un condensateur de 1 000 μF, sous une tension de 250 V, à travers une résistance de 500 kΩ, pendant une constante de temps : τ, puis, on le décharge à travers la même résistance pendant la durée d'une constante de temps ; on le recharge pendant un temps τ et on le décharge pendant le même temps. Quelle sera la charge du condensateur au bout d'un temps égal à 6τ pendant lequel le condensateur aura subi un régime de charges et de décharges alternées, d'une durée égale à τ ?

CHAPITRE VII

LE COURANT ALTERNATIF

PRODUCTION D'UN COURANT ALTERNATIF

Si on fait tourner un cadre, d'un mouvement circulaire uniforme, dans un champ d'induction uniforme, le cadre est le siège d'une f.é.m. induite « alternative », dont la variation, en fonction du temps est « sinusoïdale ».

Si la cadre est animé d'un mouvement circulaire uniforme, l'angle que fait la perpendiculaire au plan du cadre avec la direction du vecteur induction varie avec le temps.

Soit ω radians par seconde, la vitesse angulaire du cadre.

Pendant un temps t, l'angle α balayé par le plan du cadre ou sa perpendiculaire est $\alpha = \omega t$.

Le flux dans la surface du cadre est :

$\Phi = \mathcal{B}NS \cos \alpha = \mathcal{B}NS \cos \omega t$;

N nombre de spires du cadre ;

S surface du cadre ;

$\mathcal{B}$ module du vecteur champ d'induction.

La variation du flux est sinusoïdale et la f.é.m. induite également.

Elle est égale à $-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ et a pour valeur :

$$e = \omega \mathcal{B}NS \sin \omega t$$

On pose : $\omega \mathcal{B}NS = E_M$ (f.é.m. maximale)

$$e = E_M \sin \omega t \qquad \text{(fig. 1).}$$

Dans une fonction sinusoïdale, l'amplitude croît de zéro à sa valeur positive maximale, puis elle s'annule, atteint sa valeur négative maximale, puis revient à zéro et le cycle recommence.

La f.é.m. est donc, tantôt positive, tantôt négative et elle crée, alternativement, un excès d'électrons à un pôle puis à l'autre.

Les électrons se déplaceront donc, autour d'une position moyenne. Leur vitesse sera maximale quand ils passeront par cette position moyenne, dans un sens ou dans l'autre, et elle sera nulle quand les électrons changeront de sens de déplacement. L'intensité du courant sera, elle aussi, alternative.

Si les variations de la f.é.m. alternative sont très rapides, les électrons seront animés d'une vibration rapide se faisant, presque sur place.

Remarque

Quand le cadre tourne, le flux varie dans ses spires. La f.é.m. induite dépend, non pas de la valeur du flux, mais, de *la vitesse de variation du flux.*

C'est quand le flux s'inverse, en passant par zéro, que la variation de flux est la plus grande et la plus rapide.

C'est donc, quand le plan du cadre est parallèle à la direction du vecteur champ d'induction que la f.é.m. prend sa valeur maximale, positive ou négative.

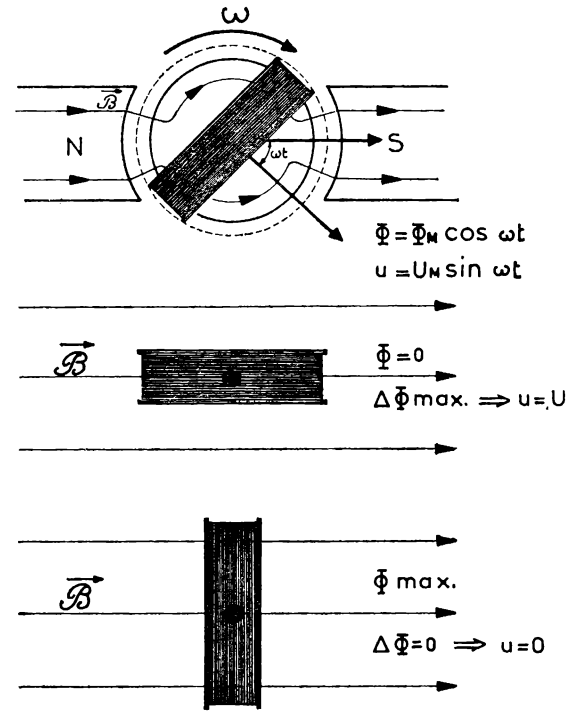


FIG. VII-1. — Quand le cadre tourne à une vitesse angulaire « constante », le flux à travers sa surface est « sinusoïdal » et la f.é.m., induite par cette variation de flux, l'est aussi. Comme la f.é.m. induite est proportionnelle à la vitesse de variation de flux, c'est quand le flux change de sens, c'est-à-dire, quand le plan du cadre est parallèle aux lignes de champ, qu'elle atteint sa valeur maximale.

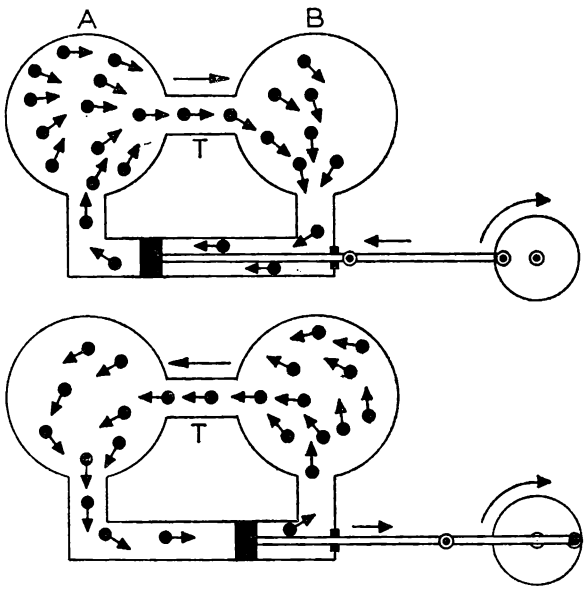


FIG. VI-2. — La pompe animée d'un mouvement alternatif fait circuler les molécules de gaz, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre. Dans un circuit alimenté par un générateur de courant alternatif, les électrons libres sont, eux-mêmes, animés d'un mouvement alternatif et doivent s'arrêter pour inverser le sens de leur déplacement.

EXPRESSION D'UNE GRANDEUR ALTERNATIVE

La tension ou l'intensité étant soumises à des variations sinusoïdales peuvent se mettre sous la forme :

$$u = U_M \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i = I_M \sin(\omega t + \varphi')$$

u et i représentent les valeurs « instantanées ».

U_M et I_M représentent les valeurs « maximales ».

ω s'appelle la **pulsation** du courant alternatif et elle s'exprime, comme une vitesse angulaire, en radians par seconde.

Quant à φ ou φ', ils représentent les angles que faisaient les vecteurs U_M ou I_M avec l'origine, lorsque leur rotation a commencé, c'est-à-dire au temps $t = 0$.

Si l'angle est nul au départ, $\varphi = 0$ (fig. 3).

PÉRIODE ET FRÉQUENCE D'UN COURANT ALTERNATIF

La période est le temps qui s'écoule entre deux passages successifs d'une grandeur sinusoïdale par la même valeur instantanée, avec *le même sens de variation.*

C'est la durée d'une sinusoïde complète (fig. 3).

On la désigne par T et elle s'exprime en secondes.

Si une sinusoïde entière dure un temps T, en une seconde, il se formera $\frac{1}{T}$ sinusoïdes entières : c'est-à-dire que la grandeur sinusoïdale se retrouvera dans des conditions identiques $\frac{1}{T}$ fois par seconde.

$f = \frac{1}{T}$ s'appelle la « fréquence » du courant alternatif. La fréquence s'exprime en hertz (Hz), (anciennes unités : le cycle par seconde ou la période par seconde c/s ou p/s).

f représente le nombre de sinusoïdes décrites par seconde.

La fréquence ne correspond pas, forcément, au nombre de tours par seconde qu'effectue le cadre, car, plusieurs sinusoïdes peuvent être décrites à chaque tour, si on dispose d'un nombre de pôles nord et sud, alternés, multiple de 2.

Lorsque le plan du cadre aura passé d'un pôle nord, au pôle nord suivant, une sinusoïde aura été décrite.

S'il y a 6 pôles alternés, donc 3 pôles nord et 3 pôles sud, 3 sinusoïdes seront décrites à chaque tour du cadre.

Nous allons supposer n'avoir affaire qu'à deux pôles, seulement, pour simplifier. Dans ce cas, la fréquence correspond au nombre de tours par seconde, effectués par le cadre.

Pendant un tour, l'angle balayé est 2π radians et pendant f tours, il est égal à $2\pi f$ rad/s.

La pulsation ω, étant la vitesse angulaire de rotation du cadre, représente, également, l'angle balayé par le cadre en une seconde, exprimé en radians/s.

On a donc :

$$\omega = 2\pi f \qquad f \text{ en Hz} \qquad \omega \text{ en rad/s}$$

Le courant alternatif, distribué en Europe, a une fréquence de 50 Hz. Sa pulsation est :

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \times 3{,}14 \times 50 = 314 \text{ rad/s}$$

Aux Etats-Unis, où la fréquence du courant est 60 Hz, la pulsation est :

$$2 \times 3{,}14 \times 60 = 376{,}8 \text{ rad/s}$$

La période du courant alternatif, en France est :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s ou } 0{,}020 \text{ s .}$$

Le courant passe par zéro, 100 fois par seconde ; il change, donc, de sens, 100 fois par seconde.

En électronique, on étudie des courants dont les fréquences s'étendent de quelques Hz à des milliards de Hz.

REPRÉSENTATION DE FRESNEL

Une tension alternative :

$$u = U_M \sin \omega t$$

est représentée par la projection, sur l'axe vertical, du vecteur $\overrightarrow{U_M} = \overrightarrow{OA}$ tournant à une vitesse angulaire ω.

Une intensité alternative :

$$i = I_M \sin (\omega t + \varphi)$$

est représentée par un vecteur de longueur $OB = I_M$ tournant à une vitesse angulaire ω, mais faisant, au départ, un angle φ avec l'origine.

Les rayons OA et OB tournent *à la même vitesse* ; ils font entre eux un *angle φ constant*. On peut donc imaginer que l'ensemble AOB tourne d'un bloc à une vitesse angulaire ω et *immobiliser cet ensemble* pour l'étudier plus facilement, puisque les positions relatives de OA et de OB ne sont pas modifiées par la rotation (fig. 4).

Cette façon de représenter les grandeurs sinusoïdales va nous permettre de mettre, en évidence, une grandeur dont le rôle est très important dans l'étude du courant alternatif : « le déphasage ».

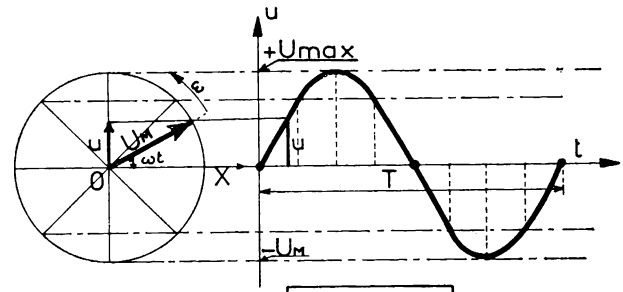


FIG. VII 3. — Variation d'une tension alternative en fonction du temps. Le phénomène est périodique et se renouvelle à chaque période.

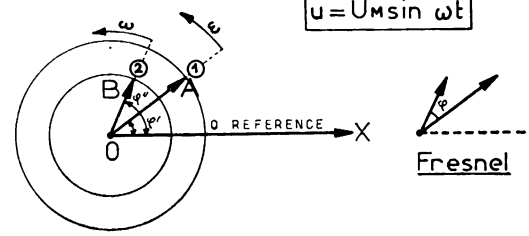


FIG. VII 4. — Si deux grandeurs sinusoïdales de même période ne passent pas, simultanément, par 0, elles sont déphasées l'une par rapport à l'autre et le déphasage est représenté par l'angle que forment les deux vecteurs tournants qui les engendrent. Cette angle demeure constant au cours de la rotation.

PHASE ET DÉPHASAGE

Prenons comme origine des phases la direction OX.

Si au temps $t = 0$, OA fait un angle φ' avec OX, la phase de U_M est la direction de $\overrightarrow{OA}$ et il y a un déphasage φ' entre $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OX}$.

Si au temps $t = 0$, OB fait un angle φ'' avec OX; la phase de I_M est la direction de $\overrightarrow{OB}$ et il y a, entre $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OX}$, un déphasage φ''.

Il existe, entre OA et OB, un déphasage φ qui vaut :

$$\varphi = \varphi' - \varphi''$$

Comme φ est indépendant du temps, on peut choisir comme origine des temps, le moment où une des grandeurs passe par zéro ; donc, est sur OX.

La phase importe peu, ce qui importe c'est le « déphasage » entre les deux grandeurs. On écrira alors :

$$u = U_M \sin \omega t$$

$$i = I_M \sin (\omega t \pm \varphi) \qquad \text{figure 4.}$$

Si φ est positif, on dit que I_M est « en avance » de φ sur U_M.

Si φ est négatif, on dit que I_M est « en retard » de φ sur U_M.

Cas particuliers (fig. 5 et 6)

Si $\varphi = 0$, on dit que les grandeurs sont « *en phase* ».

Si $\varphi = 180°$, on dit que les grandeurs sont « *en opposition de phase* ».

Si $\varphi = 90°$, on dit que les grandeurs sont « *en quadrature* ».

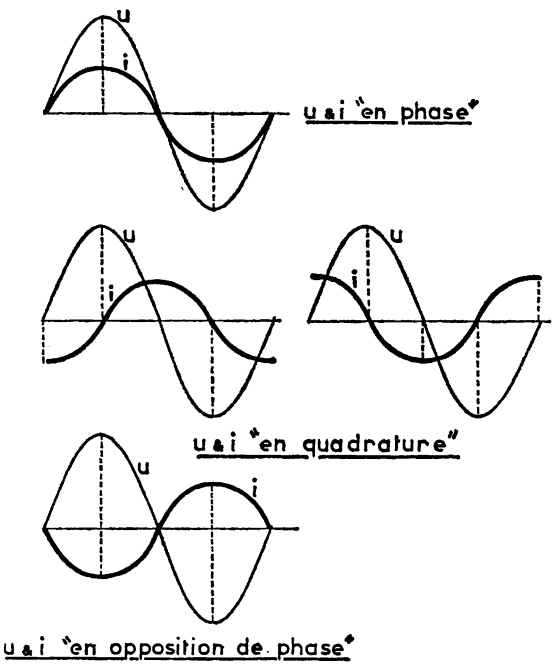


FIG. VII-5. — Valeurs particulières de déphasages représentées en valeurs instantanés (à gauche).

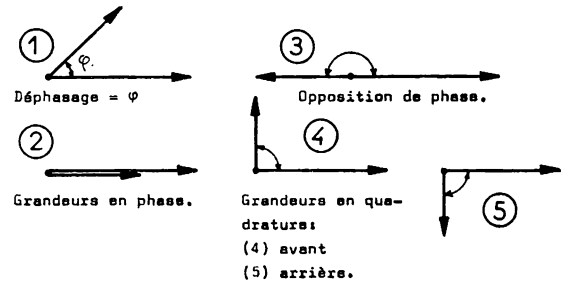


FIG. VII-6. — Déphasages particuliers dans la représentation de Fresnel (ci-dessus).

VALEURS EFFICACES D'UNE TENSION OU D'UN COURANT ALTERNATIF

Que le courant circule dans un sens ou dans l'autre, les électrons libres se heurtent, à l'intérieur des conducteurs, aux obstacles dont nous avons parlé à maintes reprises et les chocs qui en résultent, créent de la chaleur ; mais, le dégagement de chaleur n'est pas le même, à tout instant.

Quand les électrons changent de sens, ils doivent s'arrêter et, à ce moment, aucun dégagement de chaleur ne se produit ; au milieu de leur course leur vitesse passe par un maximum et la violence des chocs est, alors, maximale ; la chaleur dégagée, également.

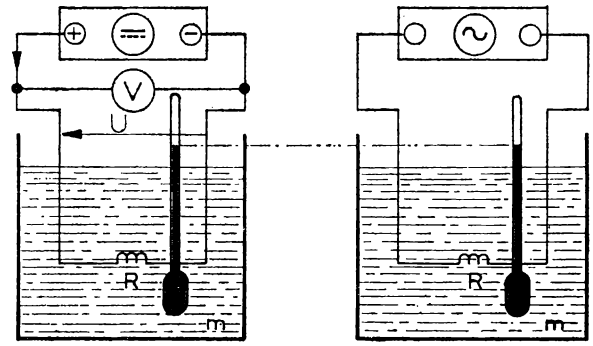
Il est difficile d'étudier des phénomènes continuellement variables comme ceux qui sont produits par le courant alternatif.

Aussi a-t-on pensé à remplacer ce courant variable par un courant constant qui produirait le même effet que le courant alternatif.

Expérience

Prenons 2 calorimètres identiques, contenant la même masse d'eau, et plongeons, dans chacun des calorimètres, une résistance de même valeur (fig. 7).

Une des résistances sera parcourue par du courant alternatif, l'autre par du courant continu.



U efficace = U

FIG. VII-7. — Deux résistances identiques, placées dans des conditions identiques, dans des calorimètres identiques, sont alimentées, l'une par du courant continu, l'autre, par du courant alternatif. Si le dégagement de chaleur dans les deux calorimètres est le même, la tension « efficace » du courant alternatif est égale à la tension « continue » produisant le même effet calorifique.

Si nous ajustons la tension du courant continu à une valeur telle que la température atteinte par l'eau des deux calorimètres soit la même à tout instant, nous dirons que la tension du courant continu est la « tension efficace » du courant alternatif.

La tension efficace d'un courant alternatif est égale à celle d'un courant continu qui produirait, dans une résistance donnée, le même dégagement de chaleur que le courant alternatif, pendant un temps égal à un nombre entier de périodes.

On définirait de même, *l'intensité efficace* d'un courant alternatif.

L'utilisation de la valeur efficace d'une grandeur alternative permet de remplacer un phénomène variable par un phénomène constant et facilite énormément l'étude de cette grandeur, mais *cette valeur efficace est une fiction et il ne faut jamais perdre de vue que le courant alternatif est un courant variable dont la valeur absolue varie entre zéro et une valeur maximale.*

Les valeurs efficaces se désignent par U et I.

Entre les valeurs efficaces et les valeurs maximales, il existe la relation suivante (voir page 57) :

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 \; I_M \; .$$

$$U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 \; U_M \; .$$

On voit que la tension instantanée qui atteint U_M est supérieure, à certains moments, à la tension efficace U.

On désigne, toujours, les tensions et courants alternatifs par leurs valeurs efficaces.

Quand on dit que la tension du secteur est 220 V il s'agit de la tension efficace. La tension maximale atteinte est :

$$U_M = U\sqrt{2} = 220\sqrt{2} = 311 \text{ V.}$$

Nous connaissons maintenant 3 sortes de tension :

1. la tension instantanée :

$$u = U_M \sin \omega t = 311 \sin 314 \, t$$

2. la tension maximale :

$$U_M = 311 \text{ V}$$

3. la tension efficace :

$$U = 220 \text{ V}$$

Comme les valeurs efficaces sont proportionnelles aux valeurs maximales, on pourra utiliser les valeurs efficaces dans les représentations appelées : diagrammes de Fresnel.

Il ne faut pas confondre la valeur efficace du courant alternatif avec sa valeur moyenne ; car celle-ci est nulle, au cours d'une période, les deux alternances étant égales, mais opposées.

La puissance transformée en chaleur dans le calorimètre alimenté en courant continu est :

$$P = R \cdot I_c^2 \quad \text{ou} \quad \frac{U_c^2}{R}.$$

U_c étant la tension continue aux bornes de la résistance et I_c l'intensité du courant continu qui la traverse.

La même quantité de chaleur étant produite dans le calorimètre alimenté en courant alternatif, on a :

$$P = R \cdot I^2 \quad \text{ou} \quad \frac{U^2}{R}.$$

U et I étant, par définition, les valeurs efficaces de la tension et du courant, alternatifs.

Les formules relatives au courant continu sont donc valables, en courant alternatif, pour ce qui concerne l'effet Joule.

On appelle *résistance morte*, une résistance qui transforme, intégralement, l'énergie électrique qu'elle reçoit en chaleur et qui ne manifeste, ni effet *inductif*, ni effet *capacitif*.

En courant alternatif, la loi d'Ohm :

$U = RI$ s'applique si R est une résistance morte.

PHÉNOMÈNES INDUCTIFS ET CAPACITIFS EN COURANT ALTERNATIF

Le courant alternatif est, continuellement, variable.

S'il parcourt un bobinage, il y crée un flux alternatif, donc, variable ; une f.é.m. induite prend naissance et s'oppose au passage du courant alternatif, d'une façon **permanente,** en se retranchant de la tension fournie par la source de courant alternatif.

Si une tension alternative est appliquée entre les armatures d'un condensateur, celui-ci est soumis à un régime de charges et de décharges successives et, malgré la coupure du circuit conducteur que constitue le diélectrique, un courant alternatif **permanent** circule dans la partie conductrice du circuit.

Un bobinage ou un condensateur réagissent, donc, différemment suivant que le courant est alternatif ou continu ; leur action est *permanente* en courant alternatif, alors, qu'elle est *éphémère* en courant continu (établissement ou coupure du courant continu).

LOI D'OHM EN COURANT ALTERNATIF

IMPÉDANCE D'UN CIRCUIT

Une résistance morte, un condensateur, une bobine sont appelés des éléments *passifs*.

Lorsqu'un circuit, alimenté en courant alternatif, ne contient que des éléments passifs, on appelle « *impédance* » de ce circuit, le rapport $\frac{U}{I}$ de la tension efficace appliquée à ses bornes, à l'intensité efficace du courant qui le traverse.

On la désigne par la lettre Z

$$Z = \frac{U}{I}$$

L'impédance Z s'évalue en ohms, comme une résistance ; mais elle diffère d'une résistance morte parce que, en général, **sa valeur dépend de la fréquence du courant alternatif** et parce qu'elle produit un **déphasage** entre la tension et le courant.

Nous allons étudier, successivement, les cas suivants où le circuit comprend :

1. une résistance morte,
2. une bobine parfaite,
3. un condensateur parfait,
4. une résistance morte, en série avec une bobine parfaite ;
5. une résistance morte, en série avec un condensateur parfait,
6. une résistance morte, en série avec une bobine parfaite et un condensateur parfait.

1. Circuit composé d'une résistance morte

Ce cas a déjà été étudié à propos des tensions et courants efficaces.

Comme $\frac{U}{I} = R$ et que $Z = \frac{U}{I}$, l'impédance du circuit est : $Z = R$.

La tension et le courant sont *en phase* (fig. 8*a*).

2. Circuit composé d'une bobine parfaite

Une bobine parfaite est une bobine de résistance négligeable (pas de pertes par effet Joule) et ne manifestant pas d'effet capacitif. On constate que, dans ce cas, on a :

$$\frac{U}{I} = L \cdot \omega ,$$

$$Z = L \cdot \omega .$$

L étant l'*inductance* de la bobine et ω la *pulsation* du courant alternatif ($\omega = 2\pi f$).

Au cours d'une demi-période, la tension alternative passe de sa valeur maximale négative à sa valeur maximale positive, soit dans un sens, soit dans l'autre.

Plus la fréquence est élevée, plus la variation de la tension est rapide. La f.é.m. induite est, donc, d'autant plus grande que la fréquence est plus élevée. Comme cette tension se retranche de la tension d'alimentation, la tension résultante diminue quand la fréquence croît et le courant aussi. Un courant plus petit correspond à une impédance plus grande.

Si on se souvient que le phénomène d'auto-induction est comparable au phénomène d'inertie, on comprend aisément que l'opposition de la f.é.m. induite croisse avec la vitesse de variation du courant.

Mais, la bobine ne se contente pas de limiter le courant, comme le ferait une résistance morte, égale à $L\omega$, elle produit un déphasage de 90° ou $\pi/2$ entre le courant et la tension, le *courant étant « en retard » sur la tension* (fig. 8*b*).

Au cours d'une période, la bobine ne consomme aucune énergie globale ; car, comme le champ d'induction apparaît et disparaît, continuellement, au gré des variations du courant, l'énergie emmagasinée par la bobine et empruntée au circuit, lui est restituée, l'instant suivant.

Exercice

Une bobine parfaite, ayant une inductance de 2 H, est alimentée sous une tension alternative de 220 V-50 Hz.

Quelle est l'intensité du courant qui la traverse ?

L'impédance de la bobine est :

$$Z = L\omega = 2 \times 2\pi f$$

$$Z = 2 \times 3{,}14 \times 50 \times 2 = 628\ \Omega$$

L'intensité efficace du courant est :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{628} = 0{,}35\ \text{A}.$$

Si la bobine était alimentée en courant continu, elle constituerait un court-circuit, puisqu'elle a une résistance nulle ; mais la constante de temps, $\frac{L}{R}$ étant infinie, le courant de court-circuit ne s'établirait jamais.

L'impédance de la bobine s'appelle : *la réactance de la bobine*, dans le cas particulier où la résistance de la bobine est nulle. On désigne la *réactance* par X_L

$$X_L = L\omega$$

Comme il est impossible de réaliser une bobine sans résistance, on supposera qu'il s'agit d'une bobine dont la résistance est *négligeable devant sa réactance.*

Dans notre exemple, si la bobine a une résistance de 2 Ω, cette résistance est négligeable devant la réactance de la bobine à 50 Hz, qui est 628 Ω.

Mais, à une fréquence de 0,5 Hz, la réactance de la bobine serait 6,28 Ω et la résistance ne serait plus négligeable.

3. Circuit composé d'un condensateur parfait

Un condensateur parfait est un condensateur dont le diélectrique a une résistance infinie et qui ne manifeste pas d'effet inductif.

Si on applique une tension U entre ses armatures, on constate qu'un courant alternatif d'intensité efficace I circule dans le circuit conducteur (sans traverser le condensateur, bien entendu) d'une façon permanente et que le rapport $\frac{U}{I}$ est égal à $\frac{1}{C\omega}$.

C étant la capacité du condensateur en farads.

ω étant la pulsation du courant en rad/s.

On a donc : $$Z = \frac{1}{C\omega}.$$ (fig. 8*c*)

Mais dans le cas particulier du condensateur parfait, l'impédance du condensateur s'appelle sa *réactance* X_c.

$$X_c = \frac{1}{C\omega}.$$

Le condensateur limite le courant comme le ferait une résistance égale à $\frac{1}{C\omega}$ mais, en outre, il produit un déphasage de 90° du courant sur la tension, *le courant étant « en avance » sur la tension.*

Le déphasage, produit par un condensateur, est, donc, *opposé* à celui que produit une bobine parfaite

Un condensateur de 10 μF a, à 50 Hz, une réactance :

$$X_c = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{10 \times 10^{-6} \times 314} \approx 320\,\Omega.$$

La réactance d'un condensateur est inversement proportionnelle à la fréquence.

Le courant continu doit être considéré comme un courant de fréquence zéro.

A cette fréquence X_c est infinie, car la quantité $C\omega$ est nulle. Il ne passe aucun courant dans le circuit.

Le condensateur, par son diélectrique, interrompt le circuit et, une fois qu'il est chargé, il ne passe plus aucun courant dans le circuit.

Le condensateur, se chargeant et se déchargeant continuellement, restitue l'énergie qu'il emmagasine et la puissance globale qu'il absorbe, au cours d'une période, est nulle.

En résumé : (fig. 8)

résistance morte : $Z = R$

I *en phase* avec U

bobine parfaite : $Z = X_L = L\omega$

I *en retard* de 90° sur U

condensateur parfait :

$$Z = X_c = \frac{1}{C\omega}$$

I *en avance* de 90° sur U.

La bobine et le condensateur parfait, ne consommant aucune énergie globale au cours d'une période, sont appelés des éléments *réactifs*.

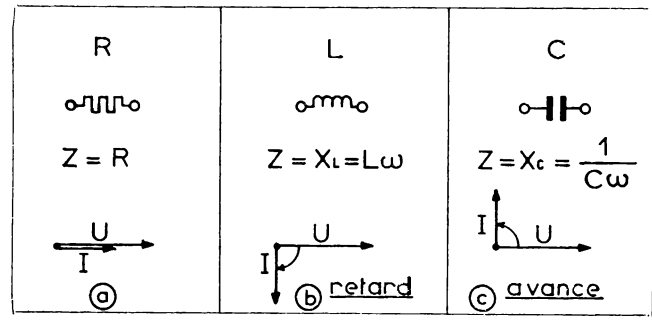


FIG. VII-8. — Il existe trois sortes de composants passifs : les résistances mortes, les inductances parfaites et les condensateurs parfaits. Les deux derniers sont dits : réactifs, car ils produisent un déphasage du courant sur la tension ; tous trois limitent la valeur du courant alternatif circulant dans le circuit du fait de leur impédance.

Remarque

Les diagrammes de Fresnel représentent un ensemble de grandeurs vectorielles ayant toutes *la même origine* et tournant, d'un bloc, à la vitesse angulaire ω. Lorsqu'il s'agit de vecteurs représentant des grandeurs de même espèce dont il faut faire la somme, il est plus facile d'effectuer cette somme en plaçant les vecteurs, *les uns à la suite des autres*, comme cela se fait habituellement. Cette façon de procéder traduit, *vectoriellement*, les propriétés des circuits *série* et *parallèle* comme elles sont traduites, *algébriquement*, lorsqu'il s'agit de courant continu. (Somme de tensions dans un circuit série ; somme d'intensités dans un circuit parallèle).

4. Inductance en série avec une résistance

Une bobine qui a une résistance non négligeable se comporte comme si elle était constituée par une bobine parfaite (n'ayant pas de résistance), en série avec une résistance morte : sa propre résistance.

Le circuit peut, aussi, être constitué de deux éléments séparés : une bobine quasi parfaite, en série avec une résistance morte.

Des éléments, *en série*, sont obligatoirement parcourus par le *même courant.*

Si on appelle U_L la tension efficace aux bornes de l'inductance et U_R la tension efficace aux bornes de la résistance, I l'intensité efficace du courant et, U la tension efficace appliquée aux bornes du circuit, on a :

$$U_L = L\omega \cdot I \text{ ou } X_L \cdot I$$

$$U_R = R \cdot I$$

Mais on n'a pas :

$$U = U_R + U_L$$

car *les tensions ne sont pas en phase.*

Il faut les considérer comme des vecteurs et faire la somme géométrique ou vectorielle des tensions :

$$\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_L}$$

en tenant compte des phases respectives de ces vecteurs.

Comme le courant I est commun à tous les éléments du circuit, on va prendre *la phase du courant I, comme origine des phases*, et immobiliser le système I, U_R, U_L et U, au moment où I passe par l'origine des phases.

On a vu que pendant la rotation à f tours par seconde, l'ensemble n'avait pas de variations relatives.

Pour R, U_R *est en phase avec* I.

Pour L, U_L *est en avance de* 90° *sur* I (puisque I est en retard de 90° sur U, dans une bobine parfaite).

Le diagramme de Fresnel correspondant est représenté sur la figure 9.

OA est proportionnel à $U_R = R \cdot I$.

AB est proportionnel à $U_L = L\omega \cdot I$ ou $X_L \cdot I$ et est en avance de 90° sur I.

OB est proportionnel à $U = ZI$

Le quotient : $\dfrac{U}{I} = Z_s$ (Z série) donne $U = Z_s \cdot I$.

L'angle BOA est le déphasage entre U et I. On le désigne par φ.

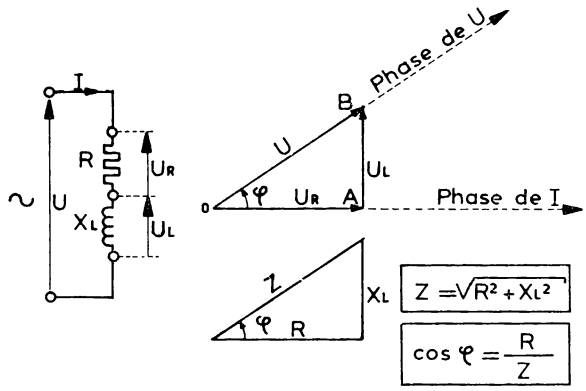


FIG. VII-9. — Impédance et déphasage d'un circuit composé d'une résistance parfaite, en série avec une inductance parfaite. La tension aux bornes du circuit est la somme « vectorielle » des tensions aux bornes de chacun des éléments. Le courant étant commun aux deux éléments, sa phase est prise comme phase de référence.

L'ensemble produit un déphasage plus petit que si l'inductance était seule dans le circuit et plus grand que si la résistance était seule dans le circuit.

On peut, soit le mesurer avec un rapporteur, soit trouver sa valeur sur une table, à partir de ses lignes trigonométriques.

Si on divise les 3 côtés du triangles OAB par I, on obtient un triangle ayant pour côtés R, $L\omega$ et Z_s et on en déduit que :

$$Z_s^2 = R^2 + (L\omega)^2 \qquad \text{ou} \qquad R^2 + X_L^2.$$

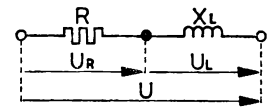
On a donc :

$$Z_s = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \qquad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}.$$

Le diagramme de Fresnel, relatif au circuit LR, a été construit de façon à montrer les relations de phase entre les tensions U_R, U_L et U.

Mais, le problème est résolu à l'envers, car ce n'est pas U qui résulte de U_R et de U_L, mais U_R et U_L qui résultent de U.



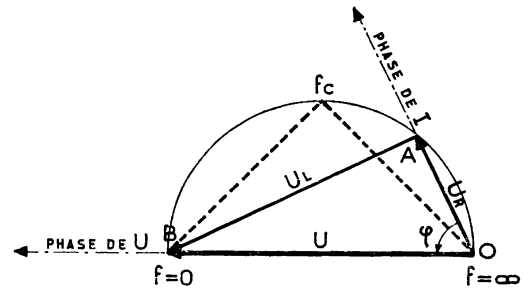


FIG. VII-10. — Le circuit étant alimenté sous tension constante, le point A du diagramme de la figure 9 se déplace sur un demi-cercle de diamètre U et on peut suivre l'évolution des tensions aux bornes de L et de R et celle du déphasage, quand on fait varier soit R, soit L, soit la fréquence. Quand $\varphi = 45°$, $U_L = U_R$ et cela se produit pour une pulsation dite « de coupure » : ω_c qui ne dépend que des valeurs de R et de L et qui est l'inverse de la constante de temps du circuit L/R.

La tension appliquée aux bornes du circuit est *constante* ; donc, l'hypoténuse du triangle OAB est constante et le point A se trouve sur un demi-cercle de diamètre $OB = U$ (fig. 10).

Quand la fréquence varie, le point A se déplace sur le demi-cercle et le déphasage φ entre U et I varie.

On a vu que :

$$Z_s = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

Aux fréquences basses, la réactance $L\omega$ est faible et c'est R qui prédomine ; comme R ne produit aucun déphasage, l'angle φ est très voisin de zéro.

Aux fréquences élevées, la réactance $L\omega$ est grande et R devient négligeable. Comme L produit un déphasage de 90° entre I et U, le déphasage sera voisin de 90°.

Quand la fréquence varie de 0 à l'infini, le déphasage varie de 0 à 90° et la tension U_R passe de U à 0, alors que la tension U_L passe de 0 à U.

Quand $R = L\omega$, $\qquad U_R = U_L = \dfrac{U}{\sqrt{2}} \qquad$ et $\qquad \varphi = 45°$.

La fréquence, pour laquelle $R = L\omega$, est appelée *fréquence de coupure* f_c ou fréquence quadrantale, du circuit.

Elle a pour valeur : $f_c = \dfrac{R}{2\pi L}$

Une bobine a une impédance d'autant plus grande que son inductance est plus élevée et que la fréquence est plus élevée.

On dit qu'elle « bloque » le courant alternatif.

On pourra l'utiliser pour séparer le courant alternatif du courant continu lorsque ces deux courants circulent simultanément dans un circuit, ce qui est très fréquent en électronique.

Pour le courant continu, la bobine se comportera comme une résistance R.

Pour le courant alternatif, elle se comportera comme une impédance $Z_s = \sqrt{R^2+(L\omega)^2}$.

Si on s'arrange pour que la réactance $X_L = L\omega$ soit grande en comparaison de R, l'opposition de la bobine au passage du courant alternatif sera considérablement plus grande que son opposition au passage du courant continu.

La composante alternative, superposée au courant continu, diminuera (application : bobine utilisée au filtrage du courant redressé, voir chapitre XIII).

5. Circuit comprenant une résistance et un condensateur, placés en série

Appliquons une tension U aux bornes du circuit et désignons par U_R la tension aux bornes de la résistance R et par U_C la tension aux bornes du condensateur de capacité C.

Le courant est *le même* dans tout le circuit.

Nous prendrons sa phase comme origine des phases :

Pour R, U_R est *en phase* avec I.

Pour C, U_C est *en retard* de 90° sur I.

Nous pouvons construire le diagramme de Fresnel représentant :

$$\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_C} \qquad \text{(fig. 11).}$$

On voit que, cette fois, I est *en avance* de φ sur U.

On a :

$$U_R = R\,I$$

$$U_C = X_c I = \frac{1}{C\omega} I$$

$$U = Z_s I.$$

Si on divise les côtés du triangle par I, on a :

$$Z_s^2 = R^2+X_c^2$$

$$Z_s = \sqrt{R^2+X_c^2} = \sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

Si on utilise la réactance X_C, la formule est la même que pour la bobine, à condition de remplacer X_L par X_C :

Le déphasage est tel que :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z_s}; \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_c}{R}.$$

Comme précédemment, le circuit est alimenté par une tension U constante, et cette tension U est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont U_R et U_C (fig. 12).

Le point A se déplace sur un demi-cercle de diamètre $OB = U$.

Quand la fréquence est nulle (courant continu), aucun courant ne passe dans le circuit, car le diélectrique du condensateur coupe le circuit. $I = 0$, donc la tension aux bornes de R est nulle. Toute la tension se trouve aux bornes de C et $U_C = U$. (Quand un condensateur se charge sous une tension continue U, la tension entre ses armatures devient égale à U).

Le déphasage est maximal : $\varphi = 90°$.

Aux fréquences très élevées, le condensateur n'a pas le temps de se charger et tout se passe comme s'il n'existait pas (C en court-circuit).

$$\frac{1}{C\omega} \approx 0 \quad \text{quand } \omega \text{ est très grande.}$$

Toute la tension est aux bornes de R et le déphasage est nul. Lorsque la fréquence passe de 0 à l'infini, la tension passe de C sur R et le déphasage entre I et U passe de 90° à 0. (C'est le contraire qui a lieu pour une bobine).

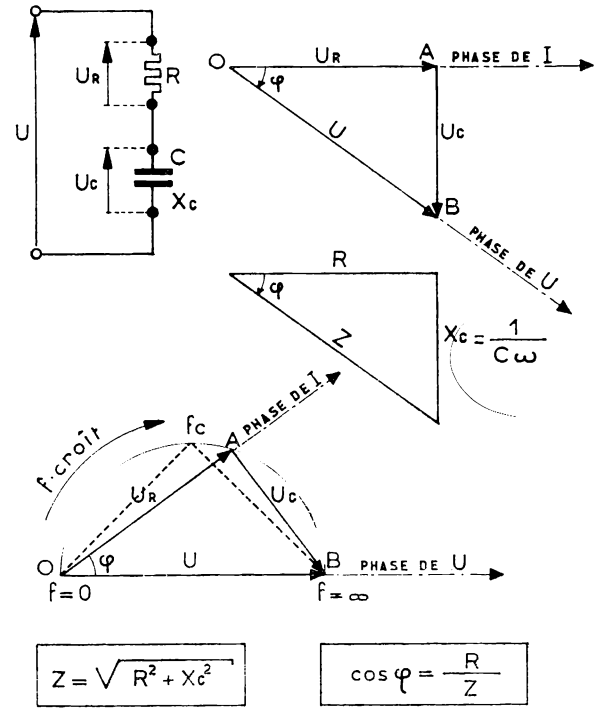


FIG. VII-11. — Circuit R et C en série. Diagramme des tensions et des impédances. Le courant est en avance sur la tension mais moins que si, seul, C était en circuit : $\varphi < \pi/2$.

FIG. VII-12. — Comme pour le circuit R-L, si le circuit R-C est alimenté sous tension constante, le point A se déplace sur un demi-cercle de diamètre U et permet de suivre les variations des tensions et du déphasage, quand R ou C ou f varie.

Lorsque $X_C = R$, on est à la fréquence de coupure.
$\varphi = 45°$ et on a :

$$R = \frac{1}{C\omega}$$

$$\omega = \frac{1}{RC}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Remarque 1

Lorsqu'un circuit comprenant un élément actif (R) et un élément réactif parfait (L ou C) montés en série, est alimenté *sous tension constante*, tous les diagrammes de Fresnel relatifs aux tensions, qu'on peut tracer en modifiant soit R, soit L ou C, soit la fréquence de courant d'alimentation, s'inscrivent dans un demi-cercle ayant, pour diamètre, la tension d'alimentation.

Lorsque les éléments R et L ou C sont, en parallèle, et que le circuit est alimenté par un générateur de courant constant, tous les diagrammes de Fresnel, relatifs aux courants, s'inscrivent dans un demi-cercle ayant pour diamètre la valeur du courant constant de la source (fig. 13).

Remarque II

Pour le circuit comprenant une inductance en série avec une résistance on a trouvé :

$$f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

qu'on peut écrire :

$$f_c = \frac{1}{2\pi \dfrac{L}{R}} .$$

Or, $\dfrac{L}{R}$ est la constante de temps.

On a : $\quad f_c = \dfrac{1}{2\pi \tau} \qquad$ et $\qquad \omega\tau = 1.$

Pour le circuit comprenant R et C en série :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \tau} \qquad \text{et} \qquad \omega\tau = 1.$$

Ceci montre l'importance de la constante de temps dans les circuits électroniques.

Un condensateur, placé dans un circuit parcouru par un courant continu superposé à un courant alternatif, stoppera le courant continu et le circuit ne sera parcouru que par le courant alternatif.

Les condensateurs utilisés dans les filtres et placés en parallèle sur la ligne, dérivent la composante alternative, déjà bloquée par l'inductance de filtrage, placée en série avec la ligne. Le courant dans la ligne est, ainsi, du courant pratiquement continu.

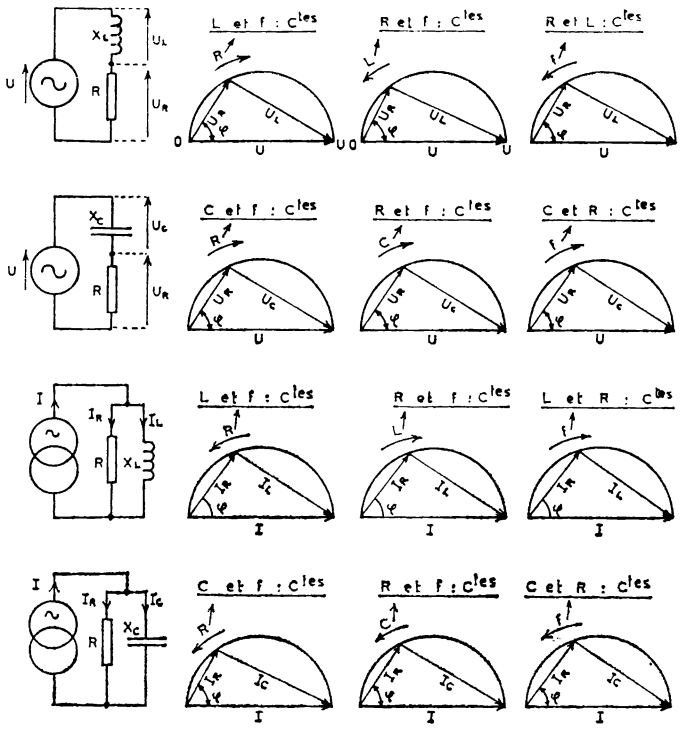


FIG. VII-13. — Ces figures montrent comment varie U_R dans un circuit alimenté sous tension constante quand on fait varier une des trois grandeurs R, L ou C et f et comment varie I_R dans un circuit alimenté par un générateur à courant constant, quand R, L ou C ou f varient. On peut suivre également les variations du déphasage.

Pour les circuits à éléments en parallèle le diamètre du cercle représente le courant constant du générateur.

IMPÉDANCE ET DÉPHASAGE

Un circuit comprenant un élément « réactif » se comporte, différemment, suivant qu'il est alimenté en courant continu ou en courant alternatif.

En courant continu, si l'on excepte la période d'établissement du courant, l'intensité du courant garde une valeur constante : U/R, si le circuit est composé d'une bobine d'inductance L et de résistance R, 0 si le circuit contient un condensateur, placé en série.

En courant alternatif, la tension d'alimentation étant continuellement variable, l'intensité l'est aussi et si le circuit est composé d'une bobine, une variation continuelle de flux se produit dans la bobine et il y a une opposition permanente de la f.é.m. induite qui en résulte. La tension d'alimentation étant diminuée par la f.é.m. induite, le courant est plus faible que si la f.é.m. n'existait pas.

Plus la fréquence du courant est grande, plus la variation de flux est rapide, plus la f.é.m. est grande et plus le courant est faible.

L'intensité du courant diminuant avec la fréquence, on attribue la cause de cette diminution à une grandeur, analogue à une résistance, qui augmenterait avec la fréquence et qu'on nomme : *impédance* du circuit inductif, alors qu'elle est due, en réalité, à une diminution de la tension aux bornes du circuit.

Le phénomène inductif est analogue au phénomène d'inertie. Quand une force d'inertie intervient, elle s'oppose à toute variation de mouvement et elle s'y oppose d'autant plus que cette variation tend à être plus rapide. La vitesse du mouvement est maximale quand la force d'inertie est minimale et il y a « retard » de l'établissement du mouvement à la vitesse prévue, sur l'intervention de la force d'inertie. La f.é.m. induite est analogue à la force d'inertie et l'intensité est analogue à la vitesse du mouvement (vitesse de circulation des électrons).

Ceci explique que tout phénomène inductif produise un retard du courant sur la tension.

Si le circuit contient un condensateur, ce condensateur va être soumis à un régime de charges et de décharges successives. Comme le rôle joué par un condensateur dépend de ses variations de charge, la charge qu'il pourra prendre dépendra de la constante de temps du circuit, d'une part, et de la vitesse de variation de la tension à laquelle il est soumis, donc, de la fréquence, d'autre part.

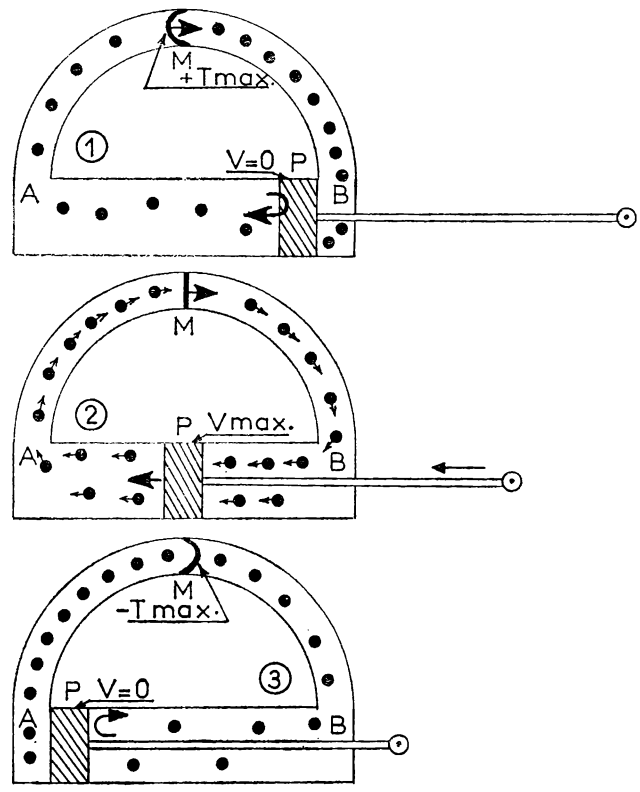


FIG. VII-14. — Ces figures expliquent le sens du déphasage entre le courant et la tension dans un circuit *R-X* alimenté en courant alternatif. La membrane représente un condensateur.

En ①, le piston est arrêté et les molécules immobiles ; la membrane est tendue. En ②, la vitesse des molécules est maximale comme celle du piston et la membrane n'est pas tendue. Cela correspond à une intensité maximale et à une tension nulle. En ③, le piston est arrêté et les molécules également ; la membrane est tendue au maximum. Cela correspond à un courant nul et à une tension maximale. La valeur 0 de la tension correspond à la valeur maximale de l'intensité et réciproquement. La tension est en retard sur l'intensité, car c'est cette dernière qui crée la tension.

Aux fréquences basses, le condensateur aura plus de temps pour se charger et la tension qui existera entre ses armatures s'opposera à la tension d'alimentation, ce qui aura pour effet de diminuer l'intensité du courant dans le circuit.

Aux fréquences élevées, le condensateur n'aura pas le temps de modifier sa charge et il ne jouera aucun rôle.

Le courant dans le circuit sera d'autant plus faible que la fréquence sera plus basse.

On attribue cette diminution de courant à une grandeur analogue à une résistance, mais diminuant avec le fréquence, qu'on nomme : *impédance* du circuit capacitif, alors que, en réalité, elle est due à la tension existant entre les armatures du condensateur et qui s'oppose à la tension d'alimentation du circuit.

Nous avons comparé les phénomènes capacitifs aux phénomènes élastiques. La tension d'un ressort existe après que les spires aient été déplacées. Il y a « avance » du mouvement, sur la force d'opposition de la tension du ressort.

Cela explique l'avance de l'intensité sur la tension, dans un circuit capacitif.

6. Condensateur, inductance et résistance morte, en série

Appelons U_R, U_L et U_C les tensions aux bornes de R, L et C. Le courant I est *le même* dans tout le circuit :

$$\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_L} + \vec{U_C}$$

Pour R, U est *en phase* avec I.

Pour L, U_L est en avance de 90° sur I.

Pour C, U_C est *en retard* de 90° sur I.

Construisons le diagramme de Fresnel ; 3 cas peuvent se présenter :

$$U_L > U_C$$

$$U_L < U_C$$

$$U_L = U_C \qquad \text{(fig. 15).}$$

a) Si $U_L > U_C$, la tension U est *en avance* sur I.

b) Si $U_L < U_C$, la tension U est *en retard* sur I.

Quand $U_L > U_C$, l'effet inductif est supérieur à l'effet capacitif et l'effet global est *inductif* ; mais, il est moins prononcé que si C n'existait pas.

Quand $U_L < U_C$, l'effet capacitif est supérieur à l'effet inductif et l'effet global est *capacitif* ; mais, il est moins prononcé que si l'inductance n'existait pas.

Quand $U_L = U_C$, l'effet capacitif annule l'effet inductif.

Tout se passe comme si, seule, la résistance morte était en circuit.

Calculons l'impédance du circuit dans le cas général.

$$Z_s^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 .$$

Quand $U_L = U_C$ on a :

$$L\omega I = \frac{1}{C\omega} I .$$

Ceci a lieu pour une pulsation ω_r telle que

$$L\omega_r = \frac{1}{C\omega_r}$$

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Cette pulsation est appelée « *pulsation de résonance* » et la fréquence correspondante « *fréquence de résonance* »

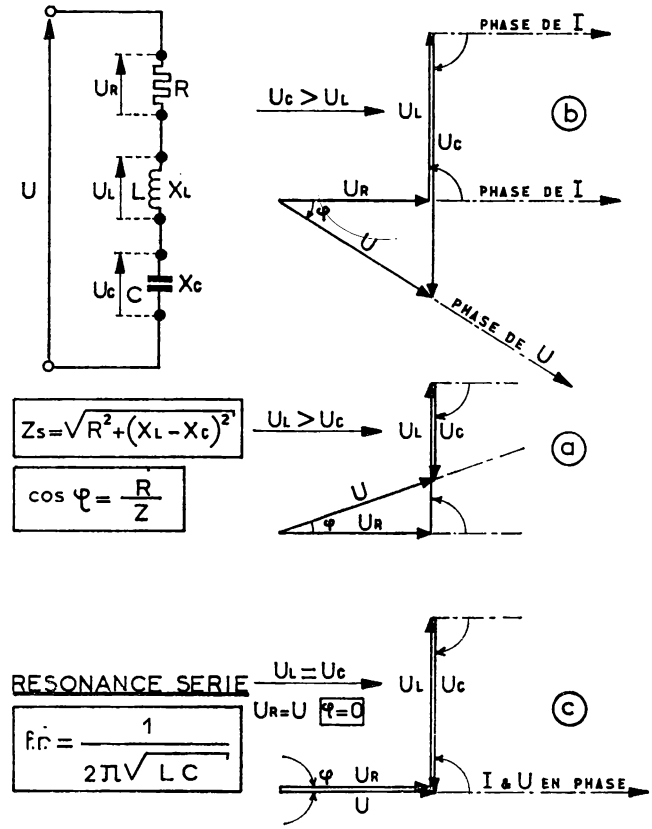


FIG. VII-15. — Circuit *R-L-C.* en série.

Si U_L est supérieure à U_C, le courant est en retard sur la tension et l'ensemble a un effet « inductif » *(a)*.

Si U_L est inférieure à U_C, le courant est en avance sur la tension et l'ensemble a un effet « capacitif » *(b)*.

Si $U_L = U_C$, le déphasage est nul et l'ensemble a un effet « résistif ». On dit que le circuit est en « résonance » et la fréquence pour laquelle $\varphi = 0$ est la fréquence de résonance. Sa valeur est indépendante de R *(c)*.

Soit ω_r et f_r, les valeurs de la pulsation et de la fréquence de résonance.

Pour une pulsation $\omega > \omega_r$ et croissante, $L\omega$ croît et $\frac{1}{C\omega}$ décroît. Il n'y a plus égalité entre $L\omega$ et $\frac{1}{C\omega}$.

C'est, seulement, à la fréquence f_r, que le déphasage est nul.

Si R a une valeur très faible, le circuit R, L, C, en série, se comporte *comme un court-circuit* à la fréquence de résonance et une tension importante apparaît aux bornes de L et de C.

On dit qu'il y a *surtension.*

Prenons un exemple :

$$R = 5\,\Omega\ ;\ L = 1\ \text{H}\ ;\ C = 10\ \mu\text{F}\ ;\ f = 50\ \text{Hz}\ ;\ U = 20\ \text{V}$$

$$X_L = L\omega = 1 \times 314 = 314\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{10 \times 10^{-6} \times 314} = 320\,\Omega \approx 314\,\Omega$$

$$Z_s = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = R.$$

Le courant dans le circuit est :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{20}{5} = 4 \text{ A.}$$

La tension U_L vaut $L\omega \cdot I$

$$U_L = 314 \times 4 = 1\,256 \text{ V}$$

Aux bornes de C, on a également, 1 256 V ; mais la tension aux bornes de C s'oppose à celle qui existe aux bornes de L et

$$U = U_R$$

Il ne reste que 20 V aux bornes de R.

Ainsi, avec un générateur ayant une tension efficace de 20 V, on trouve une tension de 1 256 V aux bornes, soit de la bobine, soit du condensateur.

Le rapport des tensions $\frac{U_L}{U_R}$ est égal à : $\frac{L\omega I}{RI} = \frac{L\omega}{R}$.

Supposons que R soit la résistance de la bobine, d'inductance L, on appelle *coefficient de qualité* de la bobine, le rapport : $\frac{L\omega}{R}$.

Il est désigné, quelquefois, sous le nom de « coefficient de surtension ».

Ce coefficient de qualité est, en réalité, défini de la façon suivante : c'est le rapport multiplié par 2π entre l'énergie emmagasinée au cours d'une période par la bobine, à l'énergie dissipée en chaleur dans la résistance de la bobine, pendant le même temps (voir page 55).

Le rapport $\frac{L\omega}{R}$ s'appelle le Q du circuit et on le mesure avec un appareil appelé Q mètre.

Si, comme c'est le cas général, R est la résistance du bobinage, on ne peut mesurer, pratiquement, U_R et U_L, car R et L sont intimement confondues. A la fréquence de résonance, on peut connaître U_L par une voie détournée puisqu'elle est égale à U_C et que cette tension est mesurable.

En mesurant la tension aux bornes de la bobine, on trouverait U_B telle que : $U_B^2 = U_R^2 + U_L^2$, différente, théoriquement, de U_L; mais, en pratique, R est beaucoup plus petite que X_L, aux fréquences de fonctionnement de la bobine, et U_B^2 est peu différente de U_L^2.

Ceci est vrai pour $X_L \geqslant 10R$.

ÉLÉMENTS EN PARALLÈLE

Circuit L et R en parallèle

Si on place, en parallèle, une bobine parfaite d'inductance L et une résistance morte R et si on alimente l'ensemble sous une tension U, l'inductance sera parcourue par un courant I_L et la résistance par un courant I_R.

La tension étant la même aux bornes des deux éléments, nous construirons le diagramme de Fresnel, *en prenant, comme phase de référence, celle de la tension.*

I_R est *en phase* avec U.

I_L est en *retard* de 90° sur U.

Le courant total I est :

$$\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_L}$$

et l'impédance du circuit est :

$$Z_p = \frac{U}{I} \quad (Z_p : \text{Z parallèle}) .$$

I étant plus grand que I_R et I_L, Z_p sera plus petite que R et que X_L.

L'angle $AOB = \varphi$ représente le déphasage entre I et U.

Nous voyons que I est en retard de φ sur U (fig. 16).

Nous avons les relations suivantes :

$$I = \frac{U}{Z_p},$$

$$I_R = \frac{U}{R},$$

$$I_L = \frac{U}{X_L}.$$

Divisons par U les côtés du triangle rectangle OAB, nous avons la relation suivante :

$$\frac{\rightarrow}{\frac{1}{Z_p}} = \frac{\rightarrow}{\frac{1}{R}} + \frac{\rightarrow}{\frac{1}{X_L}},$$

$$\frac{1}{Z_p} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2},$$

$$Z_p = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{R \cdot X_L}{Z_s}.$$

Si on construit le triangle relatif à un circuit L et R, en série, on trouve que l'impédance équivalente à L et R, en parallèle, est égale à la hauteur du triangle rectangle relative à l'hypoténuse. Le même triangle permet, donc, d'obtenir, soit Z série, soit Z parallèle (fig. 18).

Un circuit comprenant une résistance et un condensateur en parallèle se traiterait de la même façon et il suffirait de remplacer X_L par X_C dans la formule donnant Z_p, (fig. 17).

Le déphasage serait inversé.

Nous avons, dans le cas des circuits « parallèle » :

$$\cos \varphi = \frac{Z_p}{R}$$

FIG. VII-14

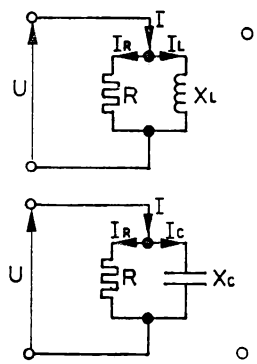


FIG. VII-15

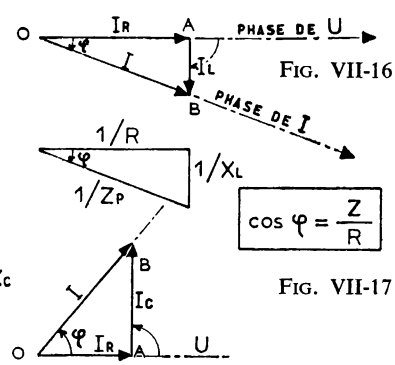


FIG. VII-16

FIG. VII-17

FIG. VII-18

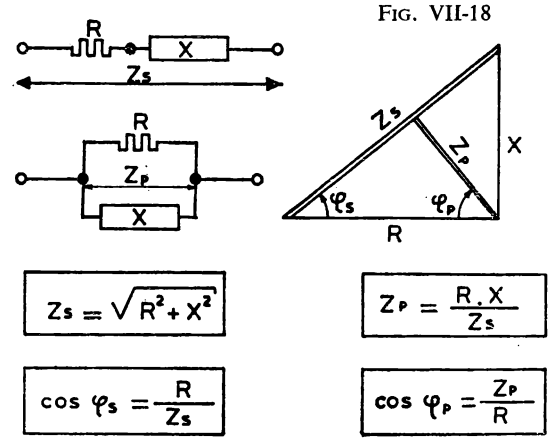


FIG. VII-16, 17 et 18. — Circuits R, X en parallèle. Ce sont les courants qui s'ajoutent, vectoriellement. Le diagramme utilisé pour les circuits « en série », permet de trouver l'impédance « parallèle » Z_p. La phase de la « tension » est prise comme phase de référence.

alors que pour les circuits « série » nous avions trouvé :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z_s}.$$

Circuit L et R en parallèle

Si la fréquence est très basse, X_L est faible et presque tout le courant passe par L. Le déphasage du courant total sur la tension est voisin de 90°.

Avec du courant de fréquence zéro, L constitue un court-circuit.

Si la fréquence est très élevée, X_L est très grande et presque tout le courant passe par R, le déphasage du courant total sur la tension voisin de 0.

Circuit C et R en parallèle

Aux fréquences très basses, X_C est très grande, et presque tout le courant passe par R, le déphasage du courant total sur la tension est voisin de 0.

Aux fréquences très élevées, X_C est très faible et presque tout le courant passe dans le circuit de C, le déphasage du courant total sur la tension est voisin de 90°.

Une capacité se comporte comme un court-circuit pour une fréquence infinie.

BOBINE ET CONDENSATEUR EN PARALLÈLE

Plaçons, en parallèle, une bobine de résistance R et d'inductance L, avec un condensateur de capacité C.

Alimentons ce circuit sous une tension U.

Dans la bobine, passe un courant :

$$I_B = \frac{U}{Z_B} \quad \text{déphasé, en arrière, de } \varphi_B \text{ sut } U.$$

Dans le circuit du condensateur passe un courant :

$$I_C = \frac{U}{X_C}, \quad \text{déphasé, en avant, de } 90° \text{ sur } U$$

Le courant total est la somme vectorielle de ces deux courants :

$$\vec{I} = \vec{I_B} + \vec{I_C} \qquad \text{(fig. 19)}$$

Le déphasage peut être annulé pour une certaine valeur de C.

Si $I_C = I_B \sin \varphi_B$, le déphasage du courant total sur la tension est nul. C'est la « résonance parallèle » ou « antirésonance ».

Le courant total est faible, dans ce cas.

Supposons que la résistance de la bobine soit négligeable devant $X_L = L\omega$.

Dans ce cas, $\varphi_B = -90°$ et $\varphi_C = +90°$.

Si $I_B = I_C$, le courant est nul. L'impédance du circuit est infinie.

On dit que le circuit L et C, en parallèle, est un « *circuit bouchon* » à la résonance (fig. 20).

Ceci a lieu pour une pulsation ω_r telle que :

$$\frac{U}{L\omega_r} = \frac{U}{\frac{1}{C\omega_r}} \qquad L\omega_r = \frac{1}{C\omega_r}$$

$$\omega_r^2 LC = 1$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

et :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} .$$

C'est la même fréquence que pour la résonance série.

Résonance série : si $R = 0$, $Z_s = 0$, le circuit *RLC* se comporte comme *un court-circuit* à la fréquence de résonance.

La fréquence de résonance est *indépendante de la résistance de la bobine.*

Résonance parallèle : si $R = 0$, $Z_p = \infty$, le circuit *RLC* se comporte comme *un isolant* à la fréquence de résonance.

Cette fréquence *dépend de la valeur de R*, si $R \neq 0$.

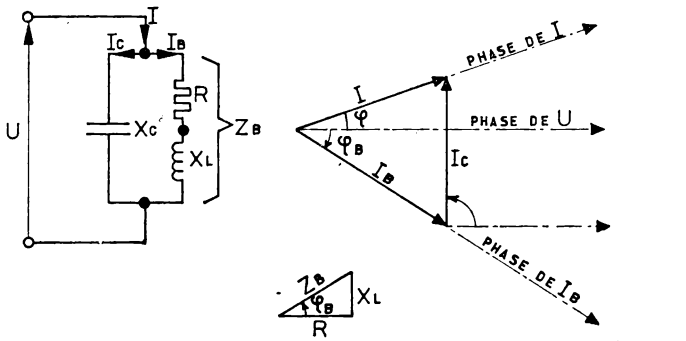


FIG. VII-19. — Diagramme d'un circuit *R, L // C.*

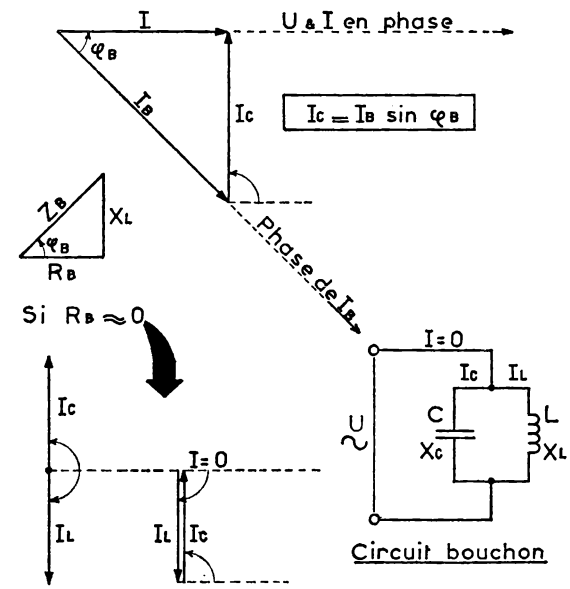


FIG VII-20. — Il y a « résonance » quand $\varphi = 0$. Si *R* est nulle et que $I_B = I_C$, le courant total est nul et le circuit $L//C$ a une impédance infinie. C'est un circuit « bouchon ». La fréquence de résonance // est la même que la fréquence de résonance « série », si $R = 0$; si *R* est différente de 0, la fréquence de résonance dépend de la valeur de *R* ($R = R_B$).

$X_L = X_C \Longrightarrow I_L = I_C$ $\qquad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$\vec{I_L} + \vec{I_C} = 0 \Longrightarrow Z_P = \infty$

CIRCUIT BOUCHON

Ce circuit, vu des points d'alimentation, est un circuit formé par une bobine parfaite (ou de R négligeable devant X_L) *en parallèle* avec un condensateur parfait.

Si on supprime les fils d'alimentation, le circuit apparaît comme formé d'une bobine, *en série* avec un condensateur.

Comme les fréquences de résonance série et parallèle sont les mêmes, pour R négligeable, le circuit série a une impédance nulle à la fréquence de résonance et le courant dans L est égal au courant circulant dans les connexions aboutissant aux armatures de C. Il y a échange continuel d'énergie entre L et, C et comme il n'y a pas de pertes, puisque $R = 0$, aucun apport d'énergie extérieur n'est nécessaire. Comme le courant fourni par la source de courant alternatif est nul, le circuit se comporte comme une résistance infinie. De l'énergie est fournie par la source quand on applique la tension aux bornes du circuit, puis le circuit série fonctionne avec l'énergie acquise au départ et ne fait plus appel à la source.

L'énergie maximale emmagasinée par L est $1/2\ L \cdot I^2$ et celle que peut emmagasiner C a pour valeur maximale : $1/2\ C \cdot U^2$.

On peut remarquer que, à la fréquence de résonance, ces deux énergies sont égales.

En effet :

$$I = U/L\omega^2 \text{ et } 1/2\ L \cdot I^2 = 1/2\ L \cdot U^2/L^2\ \omega^2 = 1/2 \cdot U^2/L\omega^2$$

Si les deux énergies sont supposées égales, on a :

$$1/2\ C \cdot U^2 = 1/2\ U^2/L\omega^2$$

ce qui implique que l'on ait :

$$C = 1/L\omega^2 \text{ ou } \omega^2 LC = 1$$

On a, effectivement, cette relation, à la fréquence de résonance.

PUISSANCES EN COURANT ALTERNATIF

La puissance en courant alternatif est, à tout instant, égale au produit de la tension instantanée par le courant instantané. Dans le cas général, le courant n'est pas en phase avec la tension et il existe un déphasage φ entre la tension et le courant :

$$p = U_M \sin \omega t \cdot I_M \sin (\omega t \pm \varphi)$$

On montre que cette puissance est la somme de deux puissances : l'une, constante, égale à $UI \cos \varphi$ et l'autre alternative, donc, ayant une valeur moyenne nulle, (voir annexe au chapitre VII).

U et I sont les valeurs efficaces de la tension et du courant. Au cours d'un nombre entier de périodes, la puissance électrique transformée, dans le circuit, en une autre espèce d'énergie est :

$$\boxed{P = UI \cos \varphi}$$

On l'appelle *la puissance active* et elle s'exprime en watts. On remarquera qu'elle est le produit de deux grandeurs *en phase* :

U d'une part et $I \cos \varphi$ de l'autre.

$I \cos \varphi$ représente, en effet, la projection du vecteur I sur la direction du vecteur U.

On peut, également, considérer P comme le produit de I par $U \cos \varphi$; $U \cos \varphi$ étant la composante de U suivant la direction de I.

S'il n'y avait pas de déphasage, φ serait nul, cos φ serait égal à 1 et la puissance active serait égale à UI, comme avec le courant continu.

Le facteur cos φ qui multiplie le produit UI s'appelle *le facteur de puissance*.

IMPORTANCE DU FACTEUR DE PUISSANCE

Prenons un moteur électrique, alimenté sous une tension de 250 V et transformant, en énergie mécanique, une puissance active de 1 kW, Calculons l'intensité du courant qui traverserait le moteur pour différentes valeurs du facteur de puissance :

1° $\cos \varphi = 1 \quad I = \dfrac{P}{U \cos \varphi} = \dfrac{1\,000}{250 \times 1} = 4$ A ,

2° $\cos \varphi = 0{,}8 \quad I = \dfrac{P}{U \cos \varphi} = \dfrac{1\,000}{250 \times 0{,}8} = 5$ A ,

3° $\cos \varphi = 0{,}6 \quad I = \dfrac{P}{U \cos \varphi} = \dfrac{1\,000}{250 \times 0{,}6} = 6{,}66$ A ,

4° $\cos \varphi = 0{,}4 \quad I = \dfrac{P}{U \cos \varphi} = \dfrac{1\,000}{250 \times 0{,}4} = 10$ A ,

5° $\cos \varphi = 0{,}2 \quad I = \dfrac{P}{U \cos \varphi} = \dfrac{1\,000}{250 \times 0{,}2} = 20$ A .

Pour *une même puissance* fournie par le moteur, le courant dans le moteur et dans la ligne qui l'alimente, passe de 4 A à 20 A, quand le facteur de puissance passe de 1 à 0,2.

Imaginons un générateur dont le débit maximum soit 100 A.

Il pourrait alimenter 25 des moteurs dont nous venons de parler si leur cos φ était égal à 1.

Par contre, il ne pourrait en alimenter que 5 seulement, si leur cos φ était égal à 0,2.

La ligne serait parcourue par un courant de 100 A dans les deux cas, l'effet Joule serait le même dans les deux cas.

Nous allons faire intervenir deux nouvelles puissances :

la puissance apparente $S = UI$ qui s'exprime en volts-ampères (VA) ;

la puissance réactive $Q = UI \sin \varphi$ qui s'exprime en volts-ampères réactifs (VAr).

On peut construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit soient P et Q et dont S soit l'hypoténuse (fig. 21).

Si cos $\varphi = 1$, c'est-à-dire, s'il n'y a pas de déphasage entre la tension et l'intensité, la puissance active est égale à la puissance apparente et la puissance réactive est nulle.

La puissance réactive n'existe que si le circuit comporte des éléments réactifs : inductance ou capacité.

Ces éléments ne consomment aucune énergie active, mais consomment ou produisent, uniquement, de l'énergie réactive. Par contre, à cause du déphasage qu'ils produisent, ils empêchent les éléments non réactifs, comme les résistances, de consommer de l'énergie, ainsi que nous allons le montrer.

Dans le diagramme de Fresnel relatif à un circuit L et R, en série, on a :

$$\overrightarrow{U} = \overrightarrow{U_R} + \overrightarrow{U_L}$$

Multiplions les 3 côtés par I :

$$\overrightarrow{UI} = \overrightarrow{U_R I} + \overrightarrow{U_L I}$$

$$U_R I = UI \cos \varphi$$

c'est la puissance *active* transformée en chaleur dans la *résistance.*

$$U_L I = UI \sin \varphi$$

c'est la puissance *réactive* consommée par *l'inductance*

UI est la *puissance apparente.*

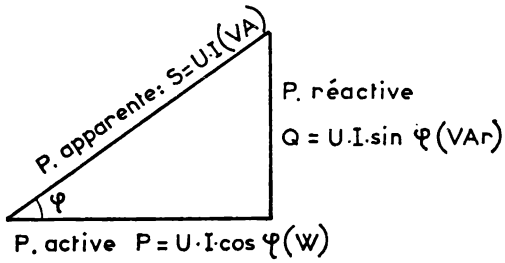


FIG. VII-21. — Si on multiplie les côtés du diagramme des tensions par I, pour un circuit « série » ou les côtés du diagramme des courants. par U, pour un circuit « parallèle », on obtient le diagramme des puissances : active, réactive et apparente.

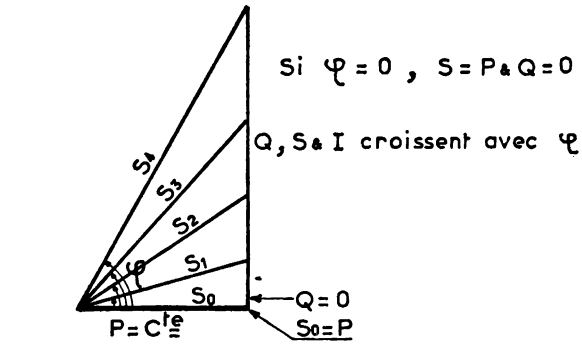


FIG. VII-22. — A puissance active « constante », la puissance apparente est d'autant plus grande que le déphasage est plus grand ou son cosinus plus petit. La puissance réactive absorbée ou fournie croît avec le déphasage. L'intensité, fournie par la source, croît avec la puissance apparente.

$S^2 = P^2 + Q^2$ $\quad$ $Q = P \operatorname{tg} \varphi$ $\quad$ $I = \frac{S}{U}$

Si, seule, R existait, et soit alimentée sous la tension U, elle serait parcourue par un courant :

$$I = \frac{U}{R}$$

et elle transformerait en chaleur une puissance électrique :

$$P = UI \text{ au lieu de } UI \cos \varphi.$$

Si on met, en série avec R, une inductance L, telle que $L\omega = R$, par exemple, l'intensité sera :

$$I' = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{U}{R\sqrt{2}}.$$

La tension aux bornes de R sera :

$$U_R = R \cdot I = R \frac{U}{R\sqrt{2}} = \frac{U}{\sqrt{2}} = \frac{I}{\sqrt{2}}.$$

La puissance transformée en chaleur dans R sera alors :

$$P = \frac{U}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} = \frac{UI}{2}.$$

Elle aura diminué de moitié.

On voit que la présence d'un élément réactif, en déphasant I par rapport à U, empêche l'élément actif R de consommer normalement.

La plus grande partie de l'énergie électrique consommée est utilisée par des moteurs qui comportent des bobinages.

L'effet inductif de ces bobinages contribue à produire un retard du courant sur la tension. Il est possible de diminuer ce retard ou de l'annuler, en plaçant, aux bornes des moteurs, des condensateurs de capacité convenable qui, en produisant un déphasage inverse de celui des inductances, peuvent supprimer le déphasage.

C'est ce qu'on appelle *l'amélioration du facteur de puissance.*

Avant de montrer comment on améliore le facteur de puissance, nous allons essayer de faire comprendre ce qu'est la *puissance réactive.*

Imaginons une uisine fabriquant, par exemple, des camions et effectuant, elle-même, ses livraisons, chez ses dépositaires :

1re façon de procéder — l'usine téléphone à ses dépositaires pour connaître leurs besoins ; elle fait conduire les 20 camions qui ont été commandés, et, quand la livraison est effectuée, les conducteurs reviennent à l'usine.

2e façon de procéder — 50 camions quittent l'usine et se rendent chez les dépositaires, ignorant ce qu'ils désirent. Une fois la tournée effectuée, 30 camions rentrent à l'usine, ils auront effectué un voyage inutile ; ils auront encombré la route, sans nécessité.

Le premier cas est celui où toute la puissance prise au générateur est réellement utilisée : la puissance active est égale à la puissance apparente.

Le deuxième cas est celui où une partie de la puissance empruntée au générateur lui est restituée. Elle a encombré les lignes inutilement.

Le nombre de camions expédiés correspond à la puissance apparente. Le nombre des camions livrés aux clients correspond à la puissance active. Le nombre de camions revenus à l'usine correspond à la puissance réactive.

Quand un moteur prend 20 A (pour $\cos \varphi = 0{,}2$) alors que 4 A lui suffiraient (pour $\cos \varphi = 1$), il y a 16 A qui encombrent, inutilement, les lignes.

L'énergie réactive existe quand la livraison n'est pas *adaptée* à la demande réelle.

Les éléments réactifs, en empruntant de l'énergie pour la restituer aussitôt, sont la cause de cet état de choses.

Il est, donc, important, de s'opposer à leurs effets.

AMÉLIORATION DU FACTEUR DE PUISSANCE

Un condensateur est un générateur de puissance réactive, car, par suite du sens de son déphasage, sa puissance réactive est négative.

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1 .$$

Sa puissance réactive est opposée à celle d'une inductance pure, qui est positive.

Les déphasages sont en général produits par les bobinages des moteurs et I est en retard sur U.

Les moteurs exigent, du réseau de distribution, une certaine puissance réactive correspondant à une intensité supplémentaire qui encombre les lignes et charge inutilement le générateur de courant alternatif.

Si on demande à un condensateur de fournir tout ou partie de l'énergie réactive dont les moteurs ont besoin, le réseau n'aura plus à la fournir.

Le facteur de puissance de l'ensemble moteurs-condensateur sera amélioré.

On place, donc, en parallèle avec l'installation, un condensateur de valeur convenable, destiné à amener le facteur de puissance à la valeur désirée.

L'installation, à améliorer, a un certain cos φ et on veut lui donner un facteur de puissance cos φ' tel que :

$$\cos\varphi' > \cos\varphi \text{ ce qui revient à faire } \varphi' < \varphi$$

Augmenter le cos φ revient à diminuer la puissance réactive que doit fournir le réseau, en suppléant ce dernier par un condensateur (générateur de puissance réactive).

Soit Q_L la puissance réactive réclamée par les inductances des moteurs et Q la puissance réactive correspondant à cos φ' ; le condensateur doit fournir une puissance réactive Q_C, telle que :

$$Q_C = Q_L - Q.$$

On trouvera Q_L et Q en faisant les opérations suivantes :

$$Q_L = P \operatorname{tg}\varphi$$

$$Q = P \operatorname{tg}\varphi' \qquad \text{(fig. 31).}$$

Un condensateur fournit une puissance réactive :

$Q_C = UI_C \sin\varphi$;

U : tension aux bornes du condensateur et de l'installation ;

I_C : intensité dans le circuit du condensateur ;

φ : déphasage entre U et I_C qui est de 90° ;

$\sin\varphi = 1$;

$Q_C = UI_C$.

Mais, on a :

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{C\omega}} = U \cdot C\omega$$

$$Q_C = U \cdot UC\omega = U^2 \cdot C\omega$$

d'où on tire :

$$\boxed{C = \frac{Q_C}{U^2\omega}}$$

C s'exprime, en général, en μF.

ω = 314 rad/s avec le secteur européen à 50 Hz.

On peut utiliser la formule abrégée suivante :

$$C_{\mu F} \approx \frac{3\,200 \cdot Q_C}{U^2} \text{ valable pour } f = 50 \text{ Hz seulement .}$$

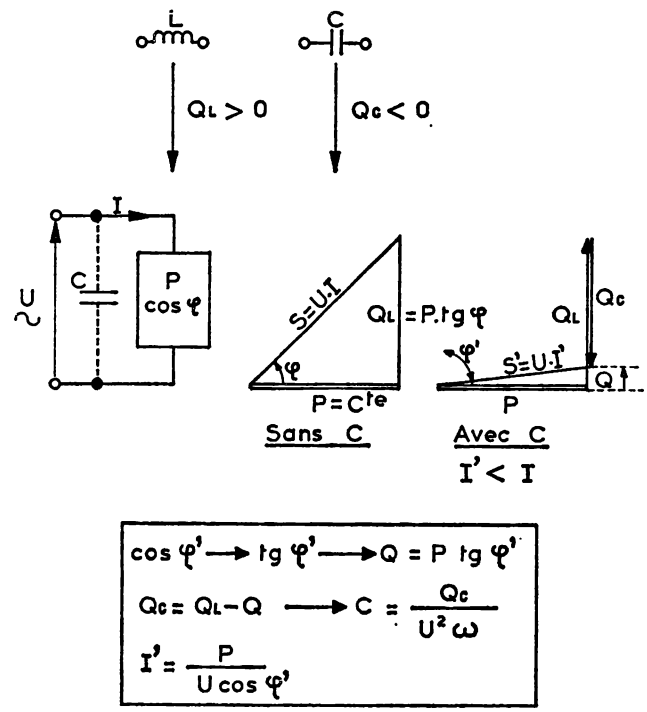


FIG. VII-23. — Une inductance absorbe de la puissance réactive ; un condensateur en fournit. Comme les déphasages sont généralement dus à des effets inductifs, on pourra les diminuer par des condensateurs qui fourniront l'énergie réactive demandée par les éléments inductifs. Cela diminuera l'intensité du courant dans les lignes d'alimentation, à puissance active égale.

Exemple :

Une installation consomme 6 kW sous 220 V avec un cos φ égal à 0,7. On veut élever le cos φ à 0,9.

Calculer la valeur du condensateur à utiliser.

Si cos φ = 0,7, tg φ = 1 (angle de 45°)

$$Q_L = P \operatorname{tg} \varphi = 6 \times 1 = 6 \text{ kVAr}$$

Pour cos φ = 0,9, tg φ = 0,49

$$Q = P \operatorname{tg} \varphi = 6 \times 0{,}49 = 2{,}94 \text{ kVAr}$$

Le condensateur devra fournir une puissance réactive

$$Q_C = Q_L - Q = 6 - 2{,}94 = 3{,}06 \text{ kVAr.}$$

D'où la valeur de C :

$$C_{\mu F} = \frac{3\,200 \cdot Q_C}{U^2} = \frac{3\,200 \times 3\,060}{220^2} \approx 200\ \mu\text{F .}$$

COURANTS ALTERNATIFS TRIPHASÉS

Trois courants alternatifs sont dits « triphasés » quand ils sont décalés, entre eux, d'un tiers de période ou déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 120°.

Ils sont dits « équilibrés », quand leurs valeurs maximales ou efficaces sont égales. Nous n'étudierons que les courants équilibrés.

A tout instant, la somme vectorielle de trois courants triphasés équilibrés est nulle (fig. 25).

On peut transporter les courants triphasés à l'aide de 3 fils seulement, appelés *fils de phase* (fig. 22).

Chaque courant correspond à une phase.

On peut utiliser, sans inconvénient, un fil commun dit *fil neutre*, pour les trois phases ; mais ce fil commun n'étant parcouru par aucun courant, il est possible de le supprimer.

Cependant le fil neutre est souvent conservé parce qu'il permet de disposer de 2 tensions différentes :

— la *tension simple* entre le fil neutre et un fil de phase ;

— la *tension composée* entre deux fils de phase.

Entre la tension simple : U_s et la tension composée U_c, il existe la relation :

$$U_c = U_s\sqrt{3} \tag{1}$$

La tension entre la phase 1 et la phase 2, est :

$$\overrightarrow{U_{c_{1-2}}} = \overrightarrow{U_{s_1}} - \overrightarrow{U_{s_2}} \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{U_{s_1}} + (-\overrightarrow{U_{s_2}}).$$

Il suffit de faire la somme vectorielle du vecteur $\overrightarrow{U_{s_1}}$ et du vecteur opposé à $\overrightarrow{U_{s_2}}$ pour vérifier la relation (1).

Les tensions composées sont déphasées de 30° par rapport aux tensions simples (fig. 26).

La distribution du courant alternatif est faite en courants triphasés, 3 ou 4 fils.

Les moteurs utilisent directement les courants triphasés. La distribution du courant chez les particuliers se fait en courant monophasé ; les courants triphasés permettent d'obtenir 6 courants monophasés :

3 distribués sous la tension simple entre une des phases et le neutre,

3 distribués sous la tension composée entre 2 des 3 phases.

On définit un réseau triphasé par ses 2 tensions ; par exemple 127-220 V ou 220-380 V.

Les 3 récepteurs alimentés en courants triphasés doivent être semblables, afin que, placés sous des tensions égales, ils soient parcourus par des courants égaux (courants équilibrés).

Il n'existe que deux façons de grouper ces 3 récepteurs : en « étoile » ou en « triangle ».

Dans le couplage en « étoile », la tension aux bornes de chaque récepteur est la *tension simple* et l'intensité est celle qui circule dans un fil de phase appelée *intensité en ligne* I_L (fig. 27).

Dans le couplage en « triangle », la tension aux bornes de chaque récepteur est la *tension composée* appelée tension en ligne U_L et l'intensité dans un récepteur est :

$$I_T = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \qquad \text{(fig. 28).}$$

Ceci se démontre par la même construction vectorielle que celle qui a servi à montrer que $U_c = U_s\sqrt{3}$.

Puissances en courants triphasés

Si chaque récepteur produit un déphasage φ du courant sur la tension, les puissances sont, pour les 3 récepteurs :

— *pour le couplage étoile*

$$P = 3\, U_s \cdot I_L \cos \varphi$$

$$P = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi$$

$$\boxed{P = \sqrt{3}\, U_L \cdot I_L \cos \varphi}$$

$$Q = \sqrt{3}\, U_L \cdot I_L \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3}\, U_L \cdot I_L.$$

— *pour le montage triangle*

$$P = 3\, U_c \cdot I_T \cos \varphi$$

$$P = 3\, U_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \varphi$$

$$\boxed{P = \sqrt{3}\, U_L \cdot I_L \cos \varphi}$$

$$Q = \sqrt{3}\, U_L \cdot I_L \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{3}\, U_L \cdot I_L.$$

On constate que les formules sont les mêmes pour les 2 modes de couplage.

Les problèmes traités avec le courant monophasé, se traitent de la même façon avec les courants triphasés.

Pour améliorer le facteur de puissance, on disposera 3 condensateurs, soit en étoile, soit en triangle.

Chacun fournira *le tiers de la puissance réactive* nécessaire. Sa valeur dépendra de la tension à laquelle il est soumis U_c ou U_s.

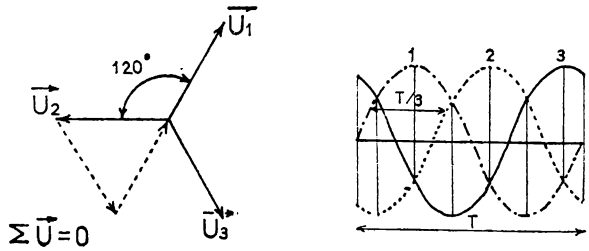


FIG. VII-23 et 24. — A tout instant la somme vectorielle de courants triphasés est nulle. Valeurs instantanées de courants triphasés.

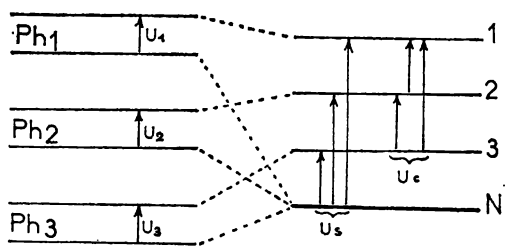


FIG. VII-25. — On peut transporter des courants triphasés à l'aide de 3 fils seulement.

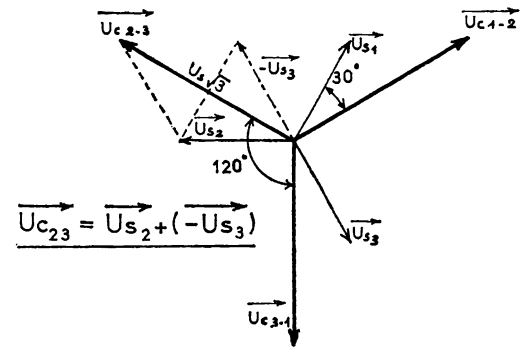


FIG. VII-26. — Diagramme montrant la relation entre la tension composée et la tension simple.

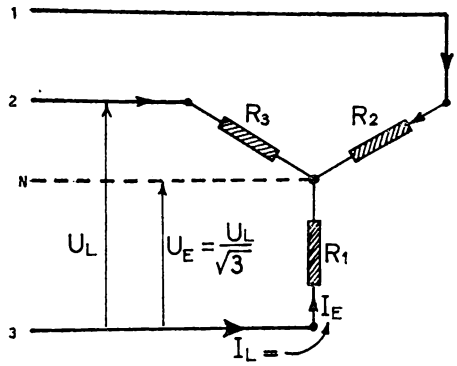


FIG. VII-27. — Récepteurs branchés en « étoile ».

$P = \sqrt{3}.U_L.I\cos\varphi$

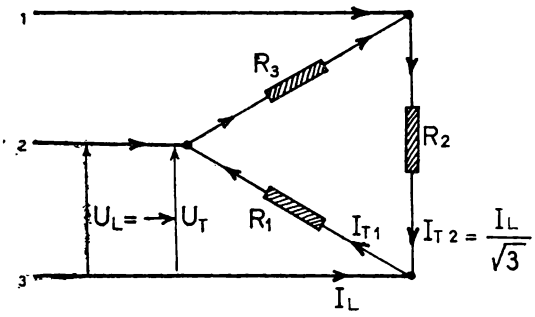


FIG. VII-28. — Récepteurs branchés en « triangle ».

THÉORÈME DE BOUCHEROT

Dans un circuit électrique, les puissances actives et réactives se conservent ; c'est-à-dire que la puissance active totale fournie au circuit est la somme des puissances actives fournies à chacun de ses éléments et que la puissance réactive totale est la somme algébrique des puissances réactives reçues ou fournies par chacun de ses éléments.

Ceci permet de résoudre, aisément, des problèmes relatifs à des installations comportant des récepteurs divers ; nous allons en donner un exemple.

Une installation électrique, alimentée en courants alternatifs triphasés : 220-380 V-50 Hz comprend :

a) un moteur absorbant une puissance électrique de 6,6 kW avec un cos φ égal à 0,7 ;

b) un moteur absorbant une puissance électrique de 760 W, avec un cos φ égal à 0,8 ;

c) 24 lampes de 40 W chacune, réparties, également, entre les 3 phases.

On demande :

1° l'intensité du courant dans la ligne alimentant l'installation et le cos φ de l'installation.

2° la valeur de chacune des capacités qui, montées en triangle, à l'entrée de l'installation, élèveraient le cos φ à 0,9.

On calcule, pour chaque élément du circuit, la puissance active et la puissance réactive et on fait la somme de ces puissances pour avoir les puissances active et réactive de l'installation. On en déduit : I_L et cos φ.

1er moteur	$P_1 = 6\,600$ W	$Q_1 = P_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = 6\,600 \times 1$	$= 6\,600$ VAr
2e moteur	$P_2 = 760$ W	$Q_2 = P_2 \operatorname{tg} \varphi_2 = 760 \times 0{,}75$	$= 570$ VAr
Lampes	$P_3 = 960$ W	$Q_3 = 0$	0
P totale	$= 8\,320$ W	Q totale	$= 7\,170$ VAr

La puissance apparente totale est donnée par la formule suivante, déduite du triangle des puissances :

$$S^2 = P^2 + Q^2.$$

Comme $S = U_L I_L \sqrt{3}$ et que $U_L = 380$ V, on en déduit I_L quant au cos φ, il est égal à P/S

$$S^2 = 8\,320^2 + 7\,170^2 = 120 \cdot 10^6 \quad \text{d'où} \quad S = 11\,000 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi = 8\,320/11\,000 = 0{,}76$$

$$I_L = 11\,000/380\sqrt{3} = 16{,}6 \text{ A}.$$

Pour que le cos φ devienne égal à 0,9, il faut que la puissance réactive soit égale à $P \operatorname{tg} \varphi'$.

Si $\cos \varphi' = 0{,}9$, $\quad \operatorname{tg} \varphi' = 0{,}48$

$$Q' = 8\,320 \times 0{,}48 = 4\,000 \text{ VAr}.$$

Les 3 condensateurs devront fournir une puissance réactive égale à $Q - Q'$ soit $7\,170 - 4\,000 = 3\,170$ VAR et chacun fournira $3\,170/3 = 1\,057$ VAr.

La formule $C(\mu\text{F}) = \dfrac{3\,200 \cdot Q}{U_L^2}$ nous donne la valeur de C :

$$C = \frac{3\,200 \times 1\,057}{380^2} = 18{,}4 \ \mu\text{F}.$$

Remarque :

Pour trouver la puissance apparente S totale, il est souvent plus rapide de se servir des lignes trigonométriques de φ ; on trouve $\operatorname{tg} \varphi = Q/P$; on en déduit $\cos \varphi$ et $S = P/\cos \varphi$.

COEFFICIENT DE QUALITÉ D'UN ÉLÉMENT RÉACTIF

Un élément réactif parfait L ou C, restitue, à la source de courant, l'énergie qu'il lui a, momentanément, empruntée et, pour que la puissance active qu'il absorbe soit nulle, il faut que le facteur de puissance cos φ soit nul, donc, qu'il existe un déphasage entre U et I, égal à $\pi/2$.

Un élément réactif n'est jamais parfait ; une inductance est réalisée avec du fil qui a une résistance et, quelquefois, bobinée sur un circuit magnétique qui occasionne des pertes par hystérésis et courants de Foucault ; un condensateur a un diélectrique qui n'est pas un isolant parfait (de résistance infinie) et qui a des pertes. Ces diverses causes de pertes qui se traduisent, toutes, par une transformation d'énergie en chaleur, font que les éléments inductifs et capacitifs consomment une certaine énergie active.

Le *coefficient de qualité* d'un élément réactif : bobine ou condensateur, est le rapport, multiplié par 2π, de l'énergie emmagasinée (et restituée) par l'élément réactif pendant la durée d'une période, à l'énergie transformée dans la résistance de pertes de l'élément. (Résistance qui produirait sous forme de chaleur, une énergie égale aux pertes de l'élément réactif).

Ce coefficient de qualité est désigné par la lettre Q.

1. Cas d'une bobine d'inductance L et de résistance de pertes R.

On a :

$$Q = 2\pi \frac{W_L}{W_R}.$$

Au cours d'une période, l'énergie maximale emmagasinée correspond au courant maximal $I_M = I\sqrt{2}$.

Cette énergie est égale à : $\quad \dfrac{1}{2} L I_M^2 = \dfrac{1}{2} L (I\sqrt{2})^2 = L I^2.$

L'énergie perdue dans la résistance pendant une période, est :

$$W_R = RI^2 T = RI^2 \frac{1}{f} = RI^2 \frac{1}{\frac{\omega}{2\pi}} = RI^2 \frac{2\pi}{\omega}$$

$$Q = \frac{LI^2}{RI^2 \frac{2\pi}{\omega}} 2\pi = \frac{L\omega}{R} \qquad Q = \frac{X_L}{R} = \operatorname{tg} \varphi_s.$$

2. Cas d'un condensateur de capacité C et de résistance de pertes R

Au cours d'une période, l'énergie maximale emmagasinée par le condensateur est :

$$W = \frac{1}{2} C U_M^2 = \frac{1}{2} C (U\sqrt{2})^2 = CU^2.$$

On a :

$$Q = 2\pi \frac{W_C}{W_R} = \frac{CU^2}{RI^2 \frac{2\pi}{\omega}} = \omega CR \qquad Q = \frac{R}{X_C} = \operatorname{tg} \varphi_p.$$

On constate que le coefficient de qualité n'est rien d'autre que le produit de la pulsation par la constante de temps du circuit et il est égal au rapport de la pulsation du courant d'alimentation à la pulsation de coupure ω_0, pour laquelle $R = 1/C\omega_0$. $\left(\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}\right)$

On a, donc :

$$Q = \omega\tau \qquad \text{ou} \qquad \omega/\omega_0.$$

3. Cas d'un circuit *R, L, C* série à la résonance

Le circuit est composé d'une bobine d'inductance L et de résistance R, en série avec une capacité C, supposée parfaite. A la résonance, on a $L\omega = 1/C\omega$ et $Z = R$.

Soit U, la tension appliquée aux bornes du circuit.

L'intensité du courant dans le circuit est :

$$I = U/R.$$

La tension aux bornes du condensateur est $X_C I$ ou $X_L I$ puisque $X_L = X_C$, à la résonance.

$$U_C = X_L I = L\omega \frac{U}{R} = \frac{L\omega}{R} U = Q_B U.$$

La tension aux bornes de C est proportionnelle au coefficient de qualité de la bobine.

La tension aux bornes de la bobine est égale à $Z_B I$, avec

$$Z_B^2 = R^2 + (L\omega)^2 = R^2 \left[1 + \left(\frac{L\omega}{R}\right)^2\right] = R^2 (1 + Q_B^2)$$

$$U_B = R\sqrt{1+Q_B^2} \cdot \frac{U}{R} = U\sqrt{1+Q_B^2}.$$

Si Q_B est supérieur ou égal à 10, on peut négliger 1 devant Q_B^2 qui est, au moins, égal à 100 et :

$$U_B \approx U \cdot Q_B.$$

Comme U_B et U_C sont beaucoup plus grandes que U, on dit qu'il y a « surtension » ; la tension U étant multipliée par Q_B, Q_B est appelé le « coefficient de surtension » de la bobine.

Dans le cas où $Q_B \geqslant 10$, le coefficient de surtension est égal au coefficient de qualité de la bobine.

Remarque :

U_c est proportionnelle à Q_B et à U. Si on applique aux bornes du circuit une tension connue et constante U, on trouvera la valeur de Q_B si on mesure la tension U_c. U étant constante, on pourra graduer le voltmètre mesurant U_c, en valeurs de Q_B ; on aura, directement la valeur de Q. C'est le principe du Q mètre.

Nous reparlerons du coefficient de qualité dans le chapitre IX consacré à « l'Etude de circuits ».

ANNEXE AU CHAPITRE VII

Nous avons donné des formules sans les démontrer car, en général, le cours de Mathématiques est en retard sur le cours de sciences ; nous allons, dans les pages qui vont suivre en démontrer quelques-unes.

1. Valeur efficace d'une tension alternative

La puissance transformée en chaleur, dans une résistance, est proportionnelle *au carré* de la tension et comme un carré est toujours positif, la puissance est indépendante du sens du courant et elle est la même, durant chaque demi-période. La tension efficace est la racine carrée de la valeur moyenne du carré de la tension instantanée. On peut trouver U^2, en divisant par $T/2$, l'aire comprise entre l'axe des abscisses et la courbe représentant $U^2 = f(t)$ qui est une sinusoïde de période $T/2$.

$$U^2 = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{T/2} U^2 \, dt = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{T/2} U_M^2 \sin^2 \omega t \, dt$$

$$U^2 = 2 \frac{U_M^2}{T} \int_0^{T/2} \sin^2 \omega t \, dt = 2 \frac{U_M^2}{T} \int_0^{T/2} \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \, dt$$

$$U^2 = 2 \frac{U_M^2}{T} \frac{1}{2} [t - \sin 2\omega t]_0^{T/2}.$$

La valeur moyenne de $\sin 2\omega t$ entre 0 et $T/2$ est nulle puisque $T/2$ représente une période pour $2\omega t$.

On a :

$$U^2 = \frac{U_M^2}{T} \frac{T}{2} = \frac{U_M^2}{2} \qquad \text{d'où :} \qquad U = \frac{U_M}{\sqrt{2}}.$$

2. Puissance active

$$P = \int_0^T U_M \sin \omega t \times I_M \cos (\omega t - \varphi) \, dt$$

$$U_M I_M \sin \omega t \cos (\omega t - \varphi) = U_M I_M \frac{1}{2} [\cos (\omega t - \omega t + \varphi) - \cos (\omega t + \omega t + \varphi)]$$

$$= \frac{1}{2} U_M I_M [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)] .$$

Si on intègre pendant la durée d'une période, la valeur moyenne de $\frac{\sin (2\omega t - \varphi)}{2\omega}$, primitive de $\cos (2\omega t - \varphi)$ est nulle.

Il reste une expression constante : $U_M \frac{I_M}{2} \cos \varphi$

$$P = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \frac{I_M}{\sqrt{2}} \cos \varphi = UI \cos \varphi \ .$$

3. Réactance d'une inductance

La tension appliquée aux bornes de l'inductance s'oppose à la f.é.m. induite.

$$u = -e = -(-\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t) = L\, \mathrm{d}i/\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}i = (u/L)\mathrm{d}t = 1/L.U_M \sin \omega t.\, \mathrm{d}t$$

La primitive de di est : $1/L\ 1/\omega\ U_M\,(-\cos \omega t) = 1/L\omega\ U_M \sin(\omega t - \pi/2)$.

La valeur maximale de i est : $I_M = U_M/L\omega$.

La valeur efficace de i est : $I = U/L\omega$.

La réactance de l'inductance est $L\omega$ et le courant est en retard de $\pi/2$ sur U.

4. Réactance d'un condensateur

Le courant dans le circuit d'un condensateur est $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ mais $Q = CU$ et $\mathrm{d}q = C\,\mathrm{d}u$.

$u = U_M \sin \omega t$ et $\mathrm{d}u = U_M \omega \cos \omega t = U_M \omega \sin(\omega t + \pi/2)$.

$i = C\omega\ U_M \sin(\omega t + \pi/2)$.

La valeur efficace de i est : $I = UC\omega$ et $U/I = 1/C\omega = X_c$, I est en avance de $\pi/2$ sur U.

FORMULES DU CHAPITRE VII

Période T. Fréquence $1/T = f$. *Pulsation* $\omega = 2\pi f$.

Tensions instantanées $u = U_M \sin \omega t$; *maximale* U_M ; *efficace* $U = U_M/\sqrt{2}$.

Résistance : $Z = R \qquad \varphi = 0$.

Inductance : $Z = L\omega \qquad \varphi = -\pi/2 \qquad I$ par rapport à U

Capacité : $Z = 1/C\omega \qquad \varphi = +\pi/2$.

R, L, C en série : $Z^2 = R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2 \qquad \varphi = R/Z$

Puissances : *active* $P = UI \cos \varphi$; *réactive* $Q = UI \sin \varphi$; *apparente* $S = UI$.

Puissance réactive d'un condensateur : $Q_c = U^2 C\omega$.

Puissance en courants triphasés : $P = U_L I_L \sqrt{3} \cos \varphi$.

Tension étoile : $U_L/\sqrt{3}$ *Intensité triangle* : $I_L/\sqrt{3}$.

Coefficient de qualité : *Bobine* $Q = L\omega/R$

Condensateur $Q = \omega CR$.

Résonance : $\omega_r^2 LC = 1$. Fréquence : $f_r = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

PROBLÈMES

1. Trouver les valeurs maximales, les pulsations et les fréquences des tensions et courants représentés par leurs valeurs instantanées :

$$u = 120 \sin 314\,t \text{ V}$$
$$u = 180 \sin 500\,t \text{ V}$$
$$u = 300 \sin 8\,000\,t \text{ V}$$
$$i = 30 \sin 157\,t \text{ A}$$
$$i = 25 \sin 800\,t \text{ A}$$

2. Trouver les valeurs efficaces des tensions et courants représentés par leurs valeurs instantanées dans l'exercice. 1

3. La tension d'un secteur — 50 Hz est 220 V :

a) calculer la valeur de la tension maximale.
b) écrire la valeur instantanée de la tension.

4. Un courant alternatif a une fréquence de 1 500 Hz, calculer :

a) sa pulsation,
b) sa valeur maximale, si sa valeur efficace est 5 A,
c) écrire l'expression de sa valeur instantanée.

5. Calculer la réactance des inductances suivantes :

$$L = 2 \text{ H} \; ; \quad L = 1{,}5 \text{ mH} \; ; \quad L = 32 \text{ mH}$$

a) à une fréquence de 50 Hz,
b) à une fréquence de 5 000 Hz.

6. Calculer la réactance des capacités suivantes :

$$C = 10\ \mu\text{F} \; ; \quad C = 50\ n\text{F} \; ; \quad C = 150 \text{ pF}$$

a) à 10 Hz,
b) à 1 MHz.

7. Une résistance de 50 Ω est montée, en série, avec une capacité de 50 μF :

1° calculer l'impédance du circuit à une fréquence de 50 Hz, puis à une fréquence de 10 Hz,
2° calculer le courant qui passerait dans le circuit, dans chacun des cas, si la tension aux bornes du circuit est 40 V,
3° calculer, dans les deux cas, les tensions aux bornes de R et aux bornes de C et le déphasage entre U et I.

8. Refaire le problème précédent en remplaçant le condensateur par une inductance de 0,64 H.

9. On monte, en série, une bobine, ayant une inductance de 0,1 H et une résistance de 10 Ω, et un condensateur de 100 μF.

Calculer, à une fréquence de 100 Hz :

a) les réactances de l'inductance et du condensateur,
b) l'impédance de la bobine,
c) l'impédance de l'ensemble bobine-condensateur.
Si on alimente le circuit sous une tension de 24 V - 100 Hz, calculer :
a) l'intensité du courant dans le circuit,
b) les tensions aux bornes de la bobine et du condensateur. Quelle est la valeur du déphasage entre U et I et quel est son sens ?

10. Un circuit comprend : une bobine ayant une résistance de 5 Ω et une inductance de 32 mH, en série avec un condensateur de 0,5 μF, calculer :

a) la fréquence de résonance du circuit,
b) l'impédance de la bobine et la réactance du condensateur à cette fréquence.
c) l'intensité du courant lorsqu'on alimente le circuit sous une tension de 12 V, à la fréquence de résonance ;
d) la tension aux bornes du condensateur ;
e) la tension aux bornes de la bobine.

11. Une bobine a une résistance de 5 Ω et une inductance de 0,32 H.

Calculer la capacité du condensateur à placer, en série avec la bobine, pour obtenir la résonance à une fréquence de 200 Hz.

12. On alimente, sous une tension de 50 V - 50 Hz, un circuit composé d'un condensateur de 32 μF, en parallèle avec une résistance de 25 Ω, calculer :

a) l'intensité du courant dans la résistance ;
b) l'intensité du courant dans la branche comprenant le condensateur ;
c) tracer le diagramme de Fresnel relatif aux courants (échelle : 4 cm pour 1 A).

En déduire :

1° le courant total ;
2° le déphasage du courant total sur la tension ;
3° l'impédance du circuit.

13. Un circuit comprend, montés en parallèle, un condensateur ayant une capacité de 64 μF et une bobine ayant une résistance de 50 Ω et une réactance de 32 Ω à 100 Hz, calculer :

a) l'inductance de la bobine ;
b) la réactance du condensateur à 100 Hz ;
c) l'impédance de la bobine à 100 Hz ;
d) le déphasage produit par la bobine à 100 Hz ;
e) la tension appliquée au circuit, si un courant de 0,5 A circule dans la bobine ;
f) l'intensité du courant dans le circuit du condensateur ;

Trouver l'intensité du courant total en construisant le diagramme de Fresnel (4 cm pour 1 A) et en déduire le déphasage entre le courant total et la tension.

14. Un moteur alimenté sous une tension de 220 V - 50 Hz, absorbe un courant de 5 A. Son facteur de puissance étant 0,8, calculer :

1° la puissance active qu'il absorbe ;
2° la puissance mécanique qu'il fournit si son rendement est 90 %.

15. Un moteur fournit une puissance mécanique de 2,55 kW. Son rendement est 85 %. Quelle puissance électrique absorbe-t-il ? S'il est alimenté sous une tension de 220 V - 50 Hz et s'il absorbe une intensité de 17 A, quel est son facteur de puissance ?

Quelle puissance réactive absorbe-t-il ?

Quelle serait la valeur du condensateur qui sous 220 V pourrait fournir cette puissance réactive ?

16. Une installation alimentée par un secteur 220-380 V - 50 Hz comprend :

— 5 moteurs triphasés absorbant chacun une puissance électrique de 6 kW, avec un rendement de 90 % et un cos φ de 0,8 ;

— 30 lampes de 150 W - 220 V.

Calculer :

1° la puissance mécanique fournie par un moteur ;
2° la puissance active absorbée par les moteurs ;
3° la puissance réactive absorbée par les moteurs ;
4° la puissance active absorbée par les lampes ;
5° la puissance active totale ;
6° le facteur de puissance de l'ensemble ;
7° la puissance réactive nécessaire à l'installation si son facteur de puissance était 0,95 ;
8° la puissance réactive que fournirait chacun des 3 condensateurs qui, montés en triangle, amèneraient la valeur de cos φ à 0,95 ;
9° la valeur de la capacité de chacun des condensateurs ;
10° la valeur du courant en ligne pour cos $\varphi = 0{,}95$.

17. Un circuit comprend une bobine ayant une résistance R et une inductance L, en série avec un condensateur de capacité C. Soit ω_r la pulsation de résonance. Pour $\omega' > \omega_r$ le circuit est équivalent à une inductance L' en série avec R. Calculer : L' en fonction de R, L, C et ω'.

Pour $\omega_r < \omega''$ le circuit est équivalent à une capacité C'' en série avec R.
Exprimer C'' en fonction de : R, L, C et ω''.
Quel rapport doit-il exister entre ω' et ω_r pour que $L' = L/2$?
Faire les diagrammes de Fresnel correspondant à chacune des pulsations ω_r, ω' et ω''.

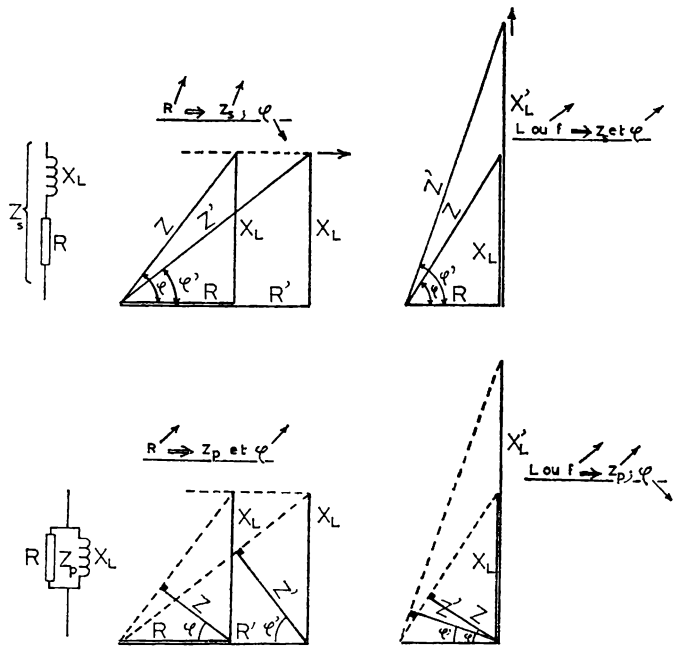
18. Une bobine a une inductance de 1 mH. Son coefficient de qualité est $Q_0 = 150$ à la fréquence f_r pour laquelle elle entre en résonance avec un condensateur de 100 pF.

Calculer :

1° la fréquence de résonance f_r ;
2° la résistance de la bobine à cette fréquence ;
3° la tension aux bornes de la bobine quand le circuit est alimenté sous une tension de 20 mV à la fréquence f_r.

19. Ces figures montrent les variations de l'impédance d'un circuit R-L série et R-L parallèle, ainsi que les variations du déphasage quand on fait varier soit R, soit L, soit f. Le circuit est alimenté par un générateur à courant constant.

En utilisant les propriétés des circuits série et parallèle de partager la tension totale ou l'intensité totale et l'action de R et de L sur le déphasage, justifier les variations de Z et de φ indiquées sur les diagrammes.
Faire des diagrammes similaires pour des circuits : R-C série et R-C parallèle.



CHAPITRE VIII

MACHINES ÉLECTRIQUES

CIRCUITS MAGNÉTIQUES SOUMIS A UN FLUX ALTERNATIF

L'étude des circuits magnétiques, soumis à des courants croissants puis décroissants, nous a permis de mettre en évidence les phénomènes d'hystérésis qui montrent que le circuit se comporte, différemment, suivant que le courant produisant l'induction magnétisante est croissant ou décroissant.

Si on soumet le circuit à un champ d'induction produit par un courant alternatif, le champ magnétisant ne sera pas sinusoïdal, car, l'intensité du courant ne l'est pas. La pente des courbes constituant le cycle d'hystérésis est variable et cette pente représente μ_r, valeur qui entre dans le calcul de l'inductance L. Si μ_r varie quand la tension alternative appliquée aux bornes de l'enroulement magnétisant varie, l'inductance varie et l'intensité qui est égale à U/Z avec $Z^2 = R^2+(L\omega)^2$ ne dépend pas uniquement de U, mais aussi de L.

Pour suivre plus facilement les phénomènes, nous allons passer du circuit idéal (sans pertes) au circuit réel.

CIRCUIT SANS PERTES

Nous allons supposer que, dans le circuit magnétique, les pertes par hystérésis et par courants de Foucault sont négligeables et que la résistance de l'enroulement magnétisant est négligeable. Nous supposerons, également, que les courbes de première aimantation sont droites (μ_r constante) et que l'amplitude de l'induction magnétisante $\mathcal{B}_0$ n'amène pas le circuit dans la zone de saturation.

Dans ces conditions, une variation sinusoïdale de $\mathcal{B}_0$, entre $+\mathcal{B}_0$ max et $-\mathcal{B}_0$ max, donne une induction $\mathcal{B}$, sinusoïdale.

Quand on applique une tension $u = U_M \sin \omega t$ aux bornes de l'enroulement, cette tension est neutralisée par la f.é.m. d'auto-induction e, de façon que $u+e = 0$.

D'après les lois de l'induction, on a :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{et comme} \qquad \Phi = Li \qquad e = -L\frac{di}{dt}.$$

En remplaçant e, par $-u$ et u par sa valeur en fonction du temps, on obtient :

$$U_M \sin \omega t = L\frac{di}{dt} \qquad \text{d'où} \qquad di = \frac{U_M}{L} \sin \omega t \, dt.$$

En intégrant, on trouve la valeur de i :

$$i = \frac{U_M}{L\omega}(-\cos \omega t) = \frac{U_M}{L\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Le courant est en retard de $\pi/2$ sur la tension et sa valeur maximale est : $U_M/L\omega$.

L'énergie absorbée par la bobine est uniquement *réactive*.

Si la bobine magnétisante a une résistance R, on a :

$$u = Ri+L\frac{di}{dt}.$$

La valeur efficace du courant est, alors, égale à :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} = \frac{U}{Z}$$

et le courant est en retard de φ sur U avec $\cos \varphi = R/Z$.

Comme R intervient au carré devant $L\omega$ au carré, si R est inférieure ou égale à $L\omega/10$, on peut négliger R (règle de 1/10).

CALCUL DE LA F.É.M. INDUITE PAR AUTO-INDUCTION

Désignons par N, le nombre de spires du bobinage magnétisant, par Φ le flux à travers la section du circuit magnétique

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt}.$$

Posons : $\Phi = \Phi_M \sin \omega t$; $d\Phi = \omega\Phi_M \cos \omega t \, dt$

$$e = N\omega.\Phi_M \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

On constate que la f.é.m. d'auto-induction est en retard de $\pi/2$ sur le flux.

Sa valeur maximale est :

$$E_M = N\omega\Phi_M \qquad \text{et comme } \Phi_M = \mathcal{B}_M S$$

la valeur efficace de f.é.m. induite est :

$$E = \frac{N\mathcal{B}_M S\omega}{\sqrt{2}}.$$

En remplaçant ω par $2\pi f$ et $\frac{2\pi}{\sqrt{2}}$ par sa valeur, voisine de 4,44, on obtient :

$$E = 4{,}44\ \mathcal{B}_M N.S.f.$$

E en volts, $\mathcal{B}_M$ en teslas,
S en mètres carrés, f en hertz.

Cette formule est surtout utilisée pour calculer le nombre de spires nécessaires pour obtenir une induction B_M donnée, à partir d'une tension U donnée ($U = E$).

Elle permet de calculer le nombre de spires par volt nécessaires pour obtenir une induction maximale donnée.

$$N \text{ sp/V} = \frac{1}{4{,}44 \cdot \mathcal{B}_M Sf}.$$

Remarque :

Dans un circuit magnétique parfait, l'induction magnétisante est en phase avec l'intensité du courant, donc, en retard de $\pi/2$ sur U. Le flux est, aussi en retard de $\pi/2$ sur U. Comme E est en retard de $\pi/2$ sur le flux, E est bien en opposition de phase avec U et $U+E = 0$.

Aucune puissance moyenne n'est absorbée par le circuit électrique, car, l'énergie emmagasinée par la bobine dans son champ d'induction, au moment de l'établissement du courant, est restituée au circuit quand le courant disparaît (passe par 0).

Le circuit consomme de l'énergie réactive car, comme $\varphi = \pi/2$, $\cos \varphi = 0$.

Si le circuit a des pertes électriques ou magnétiques, elles vont se manifester par un dégagement de chaleur, la source de courant devra fournir, sous forme d'énergie active, l'équivalent de l'énergie thermique, produite. Le déphasage devra, obligatoirement, être différent de $\pi/2$.

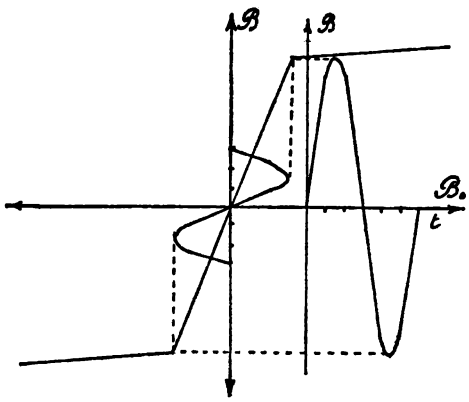


FIG. VIII-1. — Si le cycle d'hystérésis a une surface supposée nulle, l'induction est sinusoïdale comme le courant magnétisant.

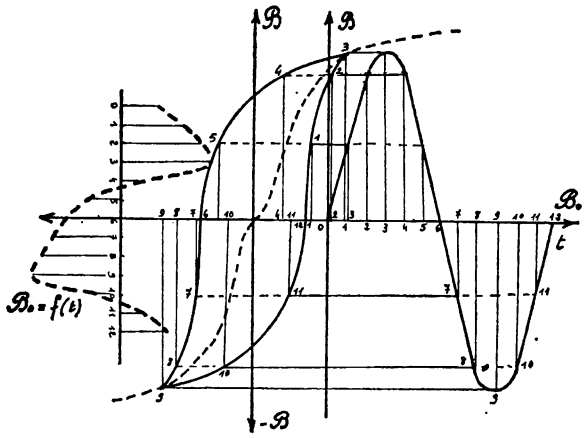


FIG. VIII-2. — Si on tient compte du phénomène d'hystérésis, l'induction n'est plus sinusoïdale.

CIRCUIT MAGNÉTIQUE AVEC PERTES

Le phénomène d'hystérésis, en rendant μ_r dépendante du sens de variation du courant, va modifier l'inductance et déformer le courant qui ne sera plus sinusoïdal, ainsi que l'induction magnétisante. L'induction $\mathcal{B}$ dans le circuit magnétique ne s'annulera pas en même temps que $\mathcal{B}_0$, à cause de l'induction rémanente.

Comme $\mathcal{B}_0$ et I sont en phase, $\mathcal{B}$ sera déphasée par rapport à $\mathcal{B}_0$ et en retard sur $\mathcal{B}_0$ (fig. 1 et 2).

Le courant n'étant plus alternatif (sinusoïdal) est remplacé par un courant sinusoïdal équivalent de même valeur efficace.

Le déphasage est supposé constant, ce qui suppose qu'on remplace le cycle d'hystérésis réel par un cycle elliptique de même surface.

Les pertes par courants de Foucault seront une cause supplémentaire de consommation d'énergie active qui se traduira par une augmentation du déphasage par rapport au déphasage idéal : $\pi/2$.

Le courant principal sera un courant dewatté ou réactif correspondant à la puissance magnétisante et déphasé de $\pi/2$ sur la tension ; le courant correspondant aux pertes sera un courant watté ou actif, en phase avec la tension et qui passerait dans une résistance placée en parallèle avec l'inductance supposée parfaite ; cette résistance dissiperait une énergie égale aux pertes dans le fer. Le courant débité par la source sera la somme vectorielle de ces deux courants ; il sera déphasé d'un angle, légèrement inférieur à $\pi/2$, sur la tension.

Cette façon de concevoir un circuit magnétisant permet, sans trop de complications, de tenir compte des pertes dans la substance ferro-magnétique.

EFFET D'UNE COMPOSANTE CONTINUE

On rencontre, fréquemment, des inductances qui sont parcourues par un courant variable qu'on peut décomposer en un courant d'intensité constante (composante continue) auquel se superpose un courant alternatif (composante alternative), (fig. 3).

Par exemple, si un courant alternatif d'intensité maximale égale à 0,5 A se superpose à un courant continu dont l'intensité est 1,5 A, le courant résultant variera entre 1 et 2 A.

La variation du courant résultant se fera de part et d'autre de 1,5 A, au lieu de se faire, autour de zéro, comme cela se passerait, si, seule, la composante alternative existait.

La composante continue déporte le point de fonctionnement. Si un circuit magnétisant est traversé par un courant comprenant une composante continue, les ampères-tours continus vont créer une induction magnétisante qui, en l'absence de la composante alternative, va placer le point de fonctionnement, en un point de la caractéris-

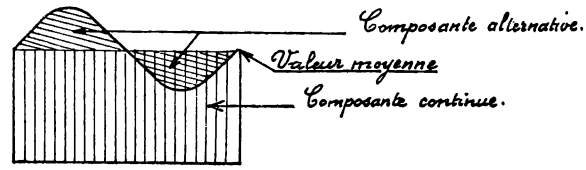


FIG. VIII-3. — Tension composée d'une tension continue constante à laquelle se superpose une tension alternative.

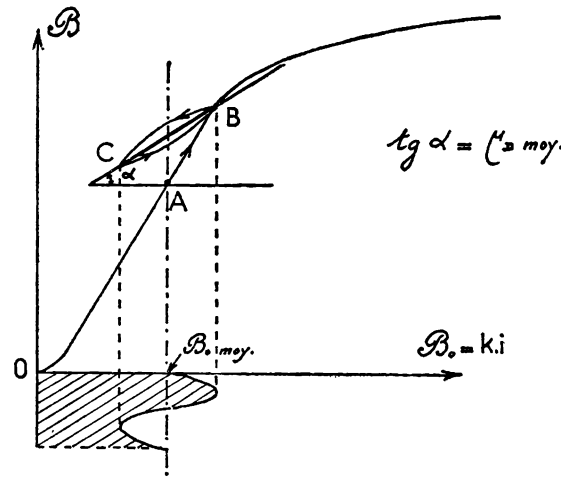


FIG. VIII-4. — La composante continue déplace le point de fonctionnement et la perméabilité dynamique diminue.

tique de première aimantation. Quand la composante alternative va entrer en action, elle va faire décrire à l'induction de petits cycles d'hystérésis autour de la valeur moyenne de $\mathcal{B}_0$. Ces cycles ont la forme de lentilles bi-convexes ; la pente de leur axe donne la valeur moyenne de μ_r. C'est la *perméabilité dynamique* ; elle est plus faible que la perméabilité statique qui est la pente de la courbe de première aimantation au point de fonctionnement fixé par les ampères-tours continus (fig. 4).

Remarque :

Le calcul d'un bobinage magnétisant, parcouru par un courant comportant une composante continue, ne peut se faire que par tâtonnements successifs car, le calcul d'un bobinage revient à calculer le nombre de spires ; or, pour tenir compte de l'effet de la composante continue qui est dû aux ampères-tours continus, il faudrait connaître le nombre de spires. On est contraint à choisir un nombre de spires arbitraire qu'on rectifiera en fonction des résultats obtenus à la fin des calculs.

De nombreux transformateurs utilisés dans les circuits électroniques ont leurs bobinages parcourus par des courants à composante continue. (Liaison par transformateurs entre transistors).

Les ampères-tours continus peuvent amener la substance ferromagnétique à travailler dans la zone de saturation où la perméabilité relative tend vers une valeur très faible. Pour empêcher la saturation de la substance, on crée, volontairement, dans le circuit magnétique, un entrefer de faible longueur dont on détermine la longueur pour amener le point de fonctionnement dans la zone de perméabilité dynamique maximale, afin que le fonctionnement soit le plus favorable pour la composante alternative.

L'inductance d'un bobinage est proportionnelle à la perméabilité relative et cette inductance conditionne la valeur de l'intensité qui traverse le bobinage lorsqu'il est alimenté en courant alternatif ($I = U/(L\omega)$).

Plaçons sur le circuit magnétique un deuxième enroulement. Supposons que le bobinage principal soit placé en série avec une lampe à incandescence de 250 W-220 V. L'ensemble est placé aux bornes d'une tension alternative de 220 V. L'inductance de la bobine étant égale à 2 H, sa réactance à 50 Hz est 628 Ω. La lampe qui a, à chaud, une résistance de 193 Ω et, à froid, une résistance de l'ordre de 10 Ω... ne s'allume pas. Supposons que $\mu_r = 5\,000$, dans ces conditions.

Faisons passer un courant continu, progressivement croissant, dans le deuxième enroulement, de façon à saturer le circuit magnétique ; μ_r va tendre vers 1 et l'inductance du bobinage principal va être divisée par μ_r ; sa réactance va tomber à une fraction d'ohm et la lampe va éclairer comme si elle était alimentée directement.

On peut, donc, commander une puissance alternative, en saturant un circuit magnétique par des ampères-tours continus. Avec peu d'ampères et beaucoup de tours, on pourra commander une puissance alternative *importante*, avec une puissance continue très *faible*. C'est le principe des *amplificateurs magnétiques*.

LE TRANSFORMATEUR STATIQUE

Une puissance électrique est le produit d'une tension par une intensité ; la même puissance peut être obtenue avec des tensions et des intensités différentes.

L'effet Joule est proportionnel au carré de l'intensité ; on diminuera les pertes qu'il occasionne en transportant une puissance donnée sous une tension élevée et une faible intensité.

Les électrolyseurs exigent des puissances sous de faibles tensions et de très fortes intensités.

Il est intéressant de pouvoir modifier les facteurs d'une puissance électrique ; le courant alternatif permet cette modification par des moyens simples et d'un excellent rendement.

Les « transformateurs statiques » ont été conçus dans ce but.

CONSTITUTION DU TRANSFORMATEUR

Un transformateur statique se compose, essentiellement, d'un circuit magnétique sur lequel sont disposés deux bobinages : l'un, appelé : *bobinage primaire* ou *primaire* est relié à la source de courant alternatif, l'autre appelé : *bobinage secondaire* ou *secondaire* est relié au circuit d'utilisation. Il ne contient aucune pièce mobile, d'où sa qualification de « statique » (fig. 5).

EXPÉRIENCES

Utilisons un transformateur démontable, à bobines interchangeables. Choisissons, comme primaire, une bobine de : 1 000 spires et, comme secondaire, une bobine de 200 spires. Alimentons le primaire sous une tension alternative de 120 V. Nous constatons qu'une tension existe aux bornes de la bobine secondaire et que cette tension est voisine de 24 V. Si nous remplaçons la bobine de 200 spires par une bobine de 600 spires, nous mesurons une tension voisine de 72 V. Nous en déduisons que la tension secondaire est proportionnelle au nombre de spires du secondaire ; une bobine de 1 000 spires, placée au secondaire nous donne une tension secondaire voisine de 120 V. Le nombre de spires par volt ou de volts par spire est le même pour les deux bobinages.

Mesurons l'intensité du courant dans le primaire quand le secondaire est en circuit ouvert ; nous constatons qu'elle est très faible et si nous observons, sur un oscilloscope bi-courbe, la tension U_p et le courant I_p, nous constatons que I_p est en retard sur U_p d'un angle voisin de $\pi/2$. Ce courant primaire est désignée par I_{p0}.

La puissance fournie au primaire est, essentiellement, réactive, c'est une *puissance magnétisante*.

Remettons en place la bobine secondaire de 200 spires et plaçons entre ses bornes une résistance de 12 Ω. Un ampèremètre, inséré dans le circuit secondaire, indique une intensité voisine de 2 A, alors que l'intensité dans le primaire est de l'ordre de 0,4 A. L'oscilloscope révèle que cette intensité est *en phase* avec la tension U_p.

Le transformateur a donné comme tension secondaire $U_s = U_p/5$ et comme intensité secondaire $I_s = 5 \cdot I_p$, pour un rapport du nombre de spires du primaire N_p, au nombre de spires du secondaire N_s, :

$$N_p/N_s = 1\,000/200 = 5.$$

La modification des valeurs de la tension et de l'intensité produite par le transformateur est, donc, liée au rapport des nombres de spires des deux bobinages.

Le rapport N_s/N_p qui joue un rôle essentiel est appelé : *rapport de transformation.* Nous le désignerons par n.

Des expériences faites, on peut tirer les conclusions suivantes :

$$n = \frac{N_s}{N_p} = \frac{U_s}{U_p} = \frac{I_p}{I_s}.$$

On constate que $U_p \cdot I_p = U_s \cdot I_s$, ce qui signifie que les puissances primaire et secondaire sont égales, ce qui satisfait le principe de la « conservation de l'énergie » (En réalité, il y a quelques pertes dans la transformation).

EXPLICATION DES PHÉNOMÈNES CONSTATÉS

Quand le primaire est alimenté (et que le secondaire est en circuit ouvert), il se comporte comme un bobinage magnétisant et le courant dans le primaire, appelé : *courant à vide* : I_{p_0}, est déterminé par l'impédance du primaire, peu différente de sa réactance ; R_p^2 est négligeable devant $(L_p \cdot \omega)^2$, si l'inductance du primaire est suffisamment grande.

Il est nécessaire de constituer le primaire avec un nombre de spires suffisant pour que l'inductance du primaire limite la valeur du courant magnétisant ; le calcul de N_p se fait en utilisant la formule donnée page : 64

$$N_p = \frac{U_p}{4{,}44 \cdot \mathcal{B}_M S f}.$$

Le champ d'induction alternatif (si on suppose le transformateur parfait, donc, sans pertes) produit, dans chaque section du circuit magnétique, un flux alternatif. Comme ce flux est variable, il va donner naissance, aussi bien dans le bobinage primaire que dans le bobinage secondaire, à une f.é.m. d'induction.

Dans le primaire, elle est, ainsi que nous l'avons vu, en opposition de phase avec U_p et neutralise U_p.

Dans le secondaire, elle est à l'origine de la tension qu'on mesure entre ses bornes.

Si Φ est le flux par spire, le flux dans le primaire est : $N_p \cdot \Phi$ et, dans le secondaire $N_s \cdot \Phi$. La f.é.m. induite, qui est proportionnelle à la dérivée du flux par rapport au temps, sera la même dans chaque spire des deux bobinages et les tensions induites seront proportionnelles au nombre de spires de chaque bobinage.

Les ampères-tours magnétisants sont égaux à :

$$N_p I_{p_0} \qquad \text{avec :} \qquad I_{p_0} \text{ déphasé de } \pi/2 \text{ sur } U_p.$$

Les tensions induites sont, en phase, dans les deux bobinages ; comme la tension induite dans le primaire est en opposition de phase avec U_p, la tension secondaire l'est aussi.

Faisons débiter le secondaire sur une résistance ; un courant I_s va circuler dans cet enroulement et donner naissance à un flux alternatif proportionnel à $N_s \cdot I_s$. Ce flux tend à démagnétiser le circuit magnétique, donc, à supprimer son inductance. Comme c'est elle qui bloque le courant primaire, le courant primaire va croître en même temps que le courant secondaire, de façon à opposer ses ampères-tours $(N_p \cdot I_p)$ à ceux du secondaire (fig. 5).

Il est évident que si le circuit magnétique était démagnétisé, la tension secondaire n'existerait plus, donc, ne pourrait pas réagir sur les ampères-tours magnétisants. Il est nécessaire que, à chaque instant, la somme vectorielle des ampères-tours primaires et secondaires soit égale aux ampères-tours magnétisants.

$$\overrightarrow{N_p I_p} + \overrightarrow{N_s I_s} = \overrightarrow{N_p I_{po}}.$$

Comme le produit : $N_p I_{po}$ est beaucoup plus petit que $N_p I_p$ ou $N_s I_s$, on a pratiquement :

$$-\overrightarrow{N_p I_p} = \overrightarrow{N_s I_s}$$

ce qui implique : $$N_s/N_p = |I_p/I_s| = n.$$

Le courant primaire est en opposition de phase avec le courant secondaire et chacun de ces courants est en phase avec sa tension, si la charge secondaire est résistive.

Si la charge secondaire produisait un déphasage φ, de I_s sur U_s, les puissances primaires et secondaires devant rester égales, le courant primaire serait déphasé de φ sur la tension primaire.

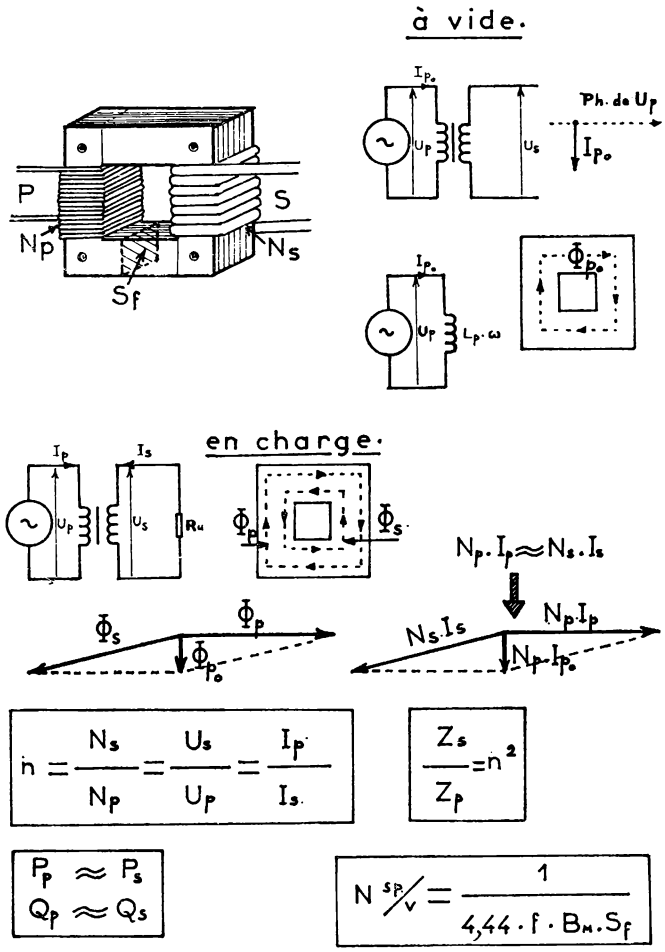


FIG. VIII-5. — Aspect d'un transformateur à noyau magnétique et symbole. Si le secondaire est en circuit ouvert, le primaire se comporte comme une inductance et est parcouru par un courant magnétisant, en quadrature avec la tension primaire, et de faible valeur.

Quand le secondaire, aux bornes duquel existe une d.d.p., débite sur une charge, le flux produit par le courant secondaire s'oppose au flux primaire et le flux résultant reste égal au flux magnétisant. Le transformateur transforme les tensions, les intensités et les impédances et ces modifications dépendent du rapport de transformation.

Si le transformateur est supposé sans pertes, les diverses puissances primaires et secondaires sont égales.

Dans un transformateur parfait, on a les relations suivantes :

$$n = \frac{N_s}{N_p} = \frac{U_s}{U_p} = \frac{I_p}{I_s} \qquad \varphi_p = \varphi_s$$

$$P_s = P_p; \quad Q_s = Q_p; \quad S_s = S_p$$

$$\overrightarrow{N_p I_p} + \overrightarrow{N_s I_s} = \overrightarrow{N_p I_{po}} \approx 0.$$

$$\vec{I}_p = -\frac{\vec{I}_s}{n} + \vec{I}_{po} \approx -\frac{I_s}{n}.$$

Le transformateur permet de transformer les tensions et les intensités ; mais, il permet de transformer, aussi, les impédances.

Si le primaire, alimenté sous une tension U_p, est parcouru par un courant I_p, c'est comme s'il avait une impédance Z_p telle que :

$$Z_p = \frac{U_p}{I_p} .$$

Si la tension secondaire est U_s et le courant secondaire I_s, le secondaire est chargé par une impédance ou l'équivalent d'une impédance Z_s telle que :

$$Z_s = \frac{U_s}{I_s} .$$

Calculons le rapport : $\frac{Z_s}{Z_p}$

$$\frac{Z_s}{Z_p} = \frac{\frac{U_s}{I_s}}{\frac{U_p}{I_p}} = \frac{U_s}{U_p}\,\frac{I_p}{I_s} = n^2 .$$

Le rapport des impédances secondaire et primaire est égal *au carré du rapport de transformation.*

Un générateur fournit sa puissance maximale au circuit extérieur, lorsque sa charge : R_{ch} est égale à sa résistance interne.

Si R_{ch} est différente de r, on pourra « adapter » la charge au générateur, à l'aide d'un transformateur de rapport convenable.

Exemple :

Un générateur de courant alternatif a une résistance intérieure de 10 Ω. Il doit alimenter, dans les meilleures conditions, une charge de 490 Ω. Pour adapter la charge au générateur, il faudra utiliser un transformateur dont le rapport soit :

$$n^2 = \frac{490}{10} = 49 \qquad \text{d'où :} \quad n = 7 .$$

TRANSFORMATEUR RÉEL

Le transformateur réel a des enroulements qui ont une résistance et son circuit magnétique a des pertes par hystérésis et courants de Foucault.

Ces pertes par effet Joule et dans le fer sont de peu d'importance dans un transformateur fonctionnant sur une fréquence bien déterminée et les gros transformateurs industriels ont des rendements de l'ordre de 99 %.

Pour compenser les chutes de tension dans les bobinages primaire et secondaire, on augmente légèrement le nombre de spires du secondaire ; les pertes dans le fer peuvent être rendues très faibles si on utilise des circuits magnétiques à faibles pertes et si on ne les fait pas travailler à une induction maximale trop grande (circuits magnétiques à grains orientés).

TRANSFORMATEUR EN AUDIO-FRÉQUENCES

En électronique, on utilise des transformateurs qui sont soumis à des flux alternatifs de fréquence variable et qui doivent fonctionner, dans d'aussi bonnes conditions,dans une gamme déterminée de fréquences.

Nous allons faire le schéma équivalent au transformateur réel et nous verrons comment on peut le simplifier en fonction de la gamme de fréquences considérée.

Il est commode de confondre les enroulements primaire et secondaire en un seul enroulement : le primaire, accommodé pour tenir compte de l'influence du secondaire et de sa charge. C'est ce qu'on appelle : le schéma du transformateur, ramené au primaire.

Dans le schéma équivalent, on trouve : les résistances des deux enroulements, l'inductance du primaire, l'inductance de fuite du primaire correspondant au flux de fuite du primaire (voir : induction mutuelle), c'est-à-dire, à la portion du flux primaire qui ne se retrouve pas dans le secondaire, l'inductance de fuite du secondaire correspondant à la portion du flux secondaire qui ne se retrouve pas dans le primaire (fig. 7).

Une résistance, en série avec l'inductance primaire, tient compte des pertes dans le fer.

Si la résistance du secondaire R_s est parcourue par un courant I_s, les pertes par effet Joule sont $R_s I_s^2$; ou, en remplaçant I_s par I_p/n : $\dfrac{R_s I_p^2}{n^2}$. Les pertes par effet Joule dans le secondaire sont les mêmes que si une résistance égale à R_s/n^2 était parcourue par le courant primaire. On peut donc, simuler l'effet Joule dans le secondaire, en plaçant, dans le primaire, une résistance égale à R_s/n^2 et la résistance totale du transformateur sera $R_p + R_s/n^2$.

L'inductance de fuite du secondaire L_{fs} emmagasine une énergie égale à : $\dfrac{1}{2} L_{fs} I_{sM}^2$. Transportée au primaire elle devient L_{fs}/n^2, en raisonnant comme pour R_s.

L'inductance de fuite totale est :

$$L_f = L_{fp} + \frac{L_{fs}}{n^2} .$$

La charge, placée aux bornes du secondaire R_{ch}, est vue, au primaire, comme étant égale à R_{ch}/n^2.

Ces transformations permettent de ramener l'effet du secondaire au primaire.

Dans un but de simplification, nous négligerons les pertes par effet Joule et les pertes dans le fer.

Le schéma équivalent au transformateur se réduit à $L_f\omega$ en série avec la charge et $L_p\omega$ (réactance du primaire) en parallèle avec la charge.

Dans un bon transformateur pour audio-fréquences, L_p est de l'ordre d'une centaine d'henrys pour des transformateurs destinés à des montages à tubes électroniques et de l'ordre du henry pour des montages à transistors.

Pour les montages à tubes, l'inductance de fuite est de l'ordre de 10 mH.

Aux fréquences basses, la réactance de l'inductance de fuite $L_f \cdot \omega_B$ est négligeable et, seule la réactance de l'inductance primaire $L_p \cdot \omega_B$ qui se trouve en parallèle avec la charge, joue un rôle.

Remplaçons le générateur de tension, attaquant le transformateur, par un générateur de courant. Le courant du générateur : $I_g = E_g/R_g$ va se partager entre R_g, $L_p \cdot \omega_B$ et R_{ch}/n^2.

La fréquence de coupure pour laquelle la charge reçoit la moitié de la puissance qu'elle recevrait si L_p n'existait pas, correspond à l'égalité de la réactance de L_p et de la résistance équivalente au circuit soit $R_g \,//\, R_{ch}/n^2$.

Ceci correspond à un déphasage entre U_p et I_p de 45°

$$I_{R_g} + I_{ch} = I_{L_p} = \frac{I_g}{\sqrt{2}} .$$

A la fréquence de coupure, l'atténuation est de 3 dB.

La fréquence de coupure aux basses fréquences est telle que :

$$L_p \omega_B = R_g // R_{ch}/n^2$$

$$f_{cB} = \frac{R_g // R_{ch}/n^2}{2\pi L_p} \qquad \text{(fig. 8).}$$

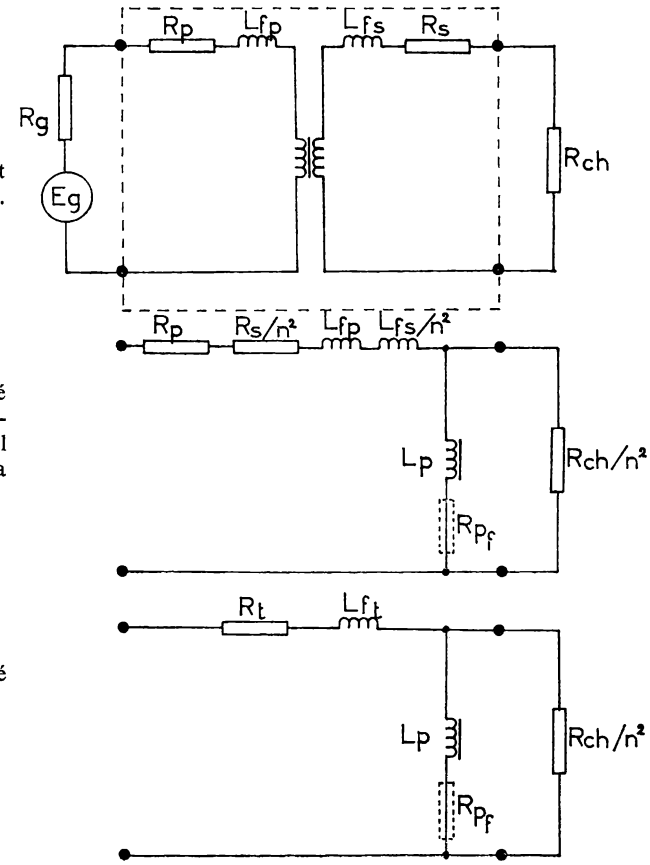


FIG. VIII-6. — Schéma équivalent à un transformateur en tenant compte des inductances de fuite et des résistances des bobinages.

FIG. VIII-7. — Schéma équivalent au transformateur réel, ramené au primaire. Les pertes par effet joule sont les mêmes que si chacune des résistances était parcourue par son propre courant ; il en est de même pour les effets des inductances de fuite et de la charge.

FIG. VIII-7 *bis*. — Schéma de la figure 7, dans lequel on a groupé les résistances et les inductances de fuite.

Aux fréquences moyennes, la réactance de L_p est suffisamment grande pour ne dériver qu'un courant négligeable et la réactance de L_f est encore suffisamment petite pour créer une chute de tension négligeable.

Il n'y a, donc, aucune atténuation, ni du fait de L_p, ni du fait de L_f (fig. 9).

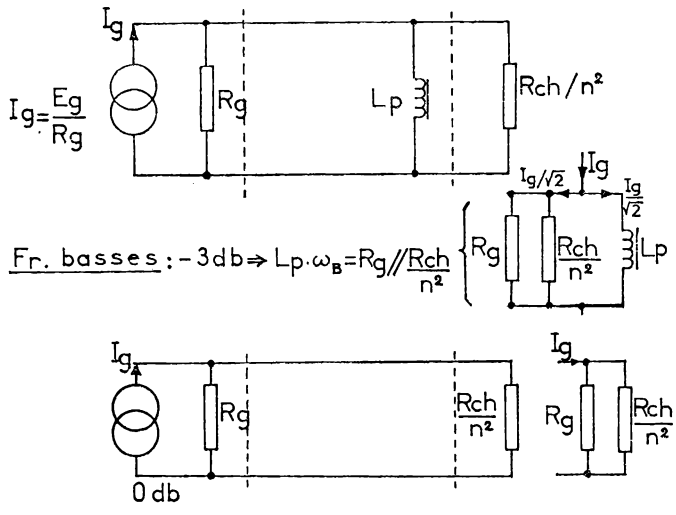


FIG. VIII-8. — Aux fréquences basses, la réactance des inductances de fuite est négligeable et le schéma se simplifie. (On néglige les résistances). Circuit équivalent pour le calcul de la fréquence de coupure.

FIG. VIII-9. — Aux fréquences moyennes, les effets de l'inductance primaire et des inductances de fuite sont négligeables.

Aux fréquences élevées, la réactance de L_p est très grande et son effet est négligeable ; par contre, la réactance de L_f devient importante.

La fréquence de coupure sera celle pour laquelle la réactance de L_f sera égale à la résistance équivalente au circuit soit à $R_g + R_{ch}/n^2$.

$$L_f \omega_H = R_g + R_{ch}/n^2$$

$$f_{c_H} = \frac{R_g + R_{ch}/n^2}{2\pi L_f} \qquad \text{(fig. 10).}$$

La bande passante à -3 dB de l'ensemble : générateur - transformateur - charge, sera comprise entre : f_{c_B} et f_{c_H}.

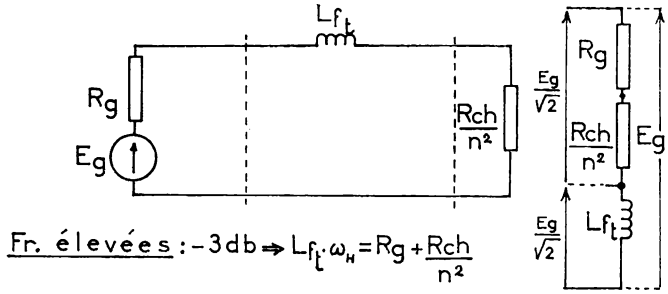


FIG. VIII-10. — Aux fréquences élevées, si on néglige les résistances, ce sont les inductances de fuites qui produisent une atténuation. Schéma équivalent pour le calcul de la fréquence de coupure.

Exemple :

Un transformateur a une inductance primaire égale à 100 H et une inductance de fuite égale à 20 mH. Il est alimenté par un générateur dont la résistance intérieure est 3 600 Ω et son secondaire est fermé sur une résistance de 10 Ω. Son rapport de transformation est $n = 0{,}07$.

Quelle est sa bande passante à -3 dB ?

La charge rapportée au primaire est R_{ch}/n^2, soit :

$$10/0{,}07^2 \approx 2\,000\,\Omega$$

$$R_{ch}/\!/R_g = 3\,600/\!/2\,000 = 1\,280\,\Omega$$

$$\omega_B = \frac{1\,280}{100} = 12{,}8 \text{ rad/s} \qquad \text{et} \qquad f_{c_B} = \frac{\omega_B}{2\pi} = 2{,}05 \text{ Hz}$$

$$R_g + R_{ch}/n^2 = 3\,600 + 2\,000 = 5\,600\,\Omega$$

$$\omega_H = \frac{5\,600}{20 \cdot 10^{-3}} = 280\,000 \text{ rad/s} \qquad \text{et} \qquad f_{c_H} = \frac{\omega_H}{2\pi} = 44\,500 \text{ Hz.}$$

La bande passante du circuit à -3 dB, est comprise entre 2 et 44 500 Hz.

L'inductance primaire dépend de la qualité de la substance ferro-magnétique utilisée pour le circuit magnétique et du nombre de spires du bobinage primaire.

$$L_p = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\, \mu_r N_p^2 S}{l}$$

S section du circuit en m^2.

l, longueur moyenne du circuit en m.

L'inductance de fuite dépend, surtout, du mode d'enroulement adopté pour confectionner les bobinages. Pour éviter les fuites, il faut que les enroulements soient étroitement couplés. Actuellement, le meilleur procédé est le suivant : pour réaliser un transformateur de rapport : 1/5, par exemple, on utilise un conducteur bifilaire

(composé de deux fils isolés l'un de l'autre et placés côte à côte, genre fil « scindex », ou torsadés ensemble) et on fait 5 enroulements ayant chacun N_s spires. On constitue, alors, le primaire, en reliant 5 des conducteurs des bifilaires en série, et, le secondaire en reliant les 5 autres conducteurs des bifilaires en parallèle. Les enroulements primaires et secondaires, occupant la même place puisqu'ils font partie du même bifilaire, seront le siège du même flux. L'enroulement secondaire, étant parcouru par un courant 5 fois plus intense que le primaire, aura une section 5 fois plus grande que le primaire puisqu'il comprendra 5 conducteurs en parallèle.

Il est difficile, avec les méthodes habituelles, de coupler un petit nombre de spires de gros fil avec un grand nombre de spires de fil fin ; aussi, les inductances de fuite sont-elles importantes.

Il est toujours intéressant de fractionner les enroulements primaire et secondaire et de faire alterner, sur la carcasse du transformateur, une fraction du primaire et une fraction du secondaire.

AUTO-TRANSFORMATEURS

Un auto-transformateur est un transformateur dont les bobinages primaire et secondaire sont, en partie, confondus ; c'est un bobinage à prise intermédiaire.

Nous avons vu que le nombre de spires par volt est le même au primaire et au secondaire et que les tensions primaire et secondaire sont proportionnelles au nombre de spires de chacun des bobinages.

Si on fait un seul enroulement comportant une prise intermédiaire, les tensions obtenues entre deux quelconques des trois sorties seront proportionnelles au nombre de spires comprises entre ces sorties.

Un bobinage à prise médiane, alimenté entre ses extrémités, donnera, entre la prise médiane et une quelconque des extrémités, une tension égale à la moitié de la tension d'alimentation ; on aura l'équivalent d'un transformateur de rapport 1/2.

L'auto-transformateur permet de faire des économies importantes sur le fil utilisé.

Prenons un exemple : un auto-transformateur est utilisé pour faire fonctionner, sur un secteur 220 V, des appareils prévus pour être utilisés sur un secteur 110 V. Le bobinage à prise médiane comporte 2 spires par volt et peut transformer une puissance de 220 W (fig. 11).

S'il s'agissait d'un transformateur, le secondaire 110 V serait parcouru par un courant de 2 A et le primaire par un courant d'un ampère. Le fil du secondaire devrait avoir une section double de celle du fil du primaire.

Dans l'auto-transformateur, le primaire et le secondaire ont un enroulement 110 V commun ; or, nous avons vu que les courants primaire et secondaire sont en opposition de phase ; dans la partie commune, il ne passe que la différence entre les deux courants, soit 1 A, dans notre exemple. Comme la partie non commune appartient au primaire, elle est, aussi, parcourue par un courant de 1 A. Le bobinage entier peut, donc, être bobiné avec le même fil, prévu pour une intensité de 1 A. Ce bobinage est exactement semblable au primaire du transformateur. On fait, donc, l'économie du bobinage secondaire. Il faut remarquer que l'auto-transformateur est d'autant plus intéressant que la partie commune aux deux bobinages est plus grande, donc, les tensions primaire et secondaire plus voisines.

Les rapports de transformations des auto-transformateurs doivent rester compris entre 1/2 et 2.

On les utilise dans des appareils appelés *survolteurs-dévolteurs* qui servent à corriger, manuellement ou automatiquement, les variations de tension du secteur. Ces appareils comportent un bobinage à prises multiples qui permettent de faire varier la tension secondaire de 5 V en 5 V, par exemple, de part et d'autre de la tension nominale du secteur. Un voltmètre, placé aux bornes du secondaire, permet de maintenir, au secondaire, la tension nominale du secteur quand celle-ci s'en écarte (fig. 12).

Certains auto-transformateurs, appelés, *roto-transformateurs* permettent une variation continue de tension, de 0 jusqu'à une certaine valeur maximale, grâce à un curseur qui se déplace sur les spires dénudées d'un bobinage toroïdal.

Le courant alternatif se prête bien à la réalisation d'appareils à tension variable, jouant le rôle des potentiomètres en courant continu, mais, avec l'énorme avantage de ne pas occasionner de pertes par effet Joule, si ce n'est dans la faible résistance du bobinage (fig. 13).

Comme le redressement du courant alternatif permet d'obtenir du courant continu, l'association d'un roto-transformateur et d'un redresseur permet d'obtenir une tension continue variable sans pertes par effet Joule.

L'auto-transformateur présente, cependant, un inconvénient qui peut le rendre inutilisable, dans certains cas : celui d'avoir son circuit secondaire en contact avec le circuit primaire par la partie commune aux deux bobinages.

Dans un transformateur, le circuit primaire et le circuit secondaire sont totalement isolés l'un de l'autre. La liaison du circuit d'utilisation avec le secteur, qui est inévitable avec un auto-transformateur, peut présenter, dans certains cas, un grave danger pour l'opérateur qui manipule les appareils branchés au secondaire ; aussi, alimente-t-on, quelquefois, les rototransformateurs par le secondaire d'un transformateur de rapport 1, uniquement pour isoler le circuit d'utilisation du secteur. Ce système permet de profiter des propriétés du roto-transformateur sans en subir les inconvénients ; il est, en effet, difficile de réaliser, pratiquement, un transformateur dont le secondaire permette une variation continue de tension. Il existe, cependant, de tels appareils mais leur prix est élevé.

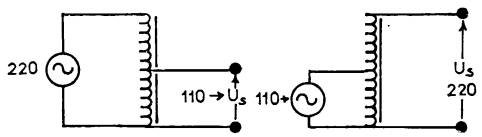


FIG. VIII-11

FIG. VIII-11. — Les autotransformateurs sont des bobinages à prises intermédiaires. Ils permettent une économie de fil de cuivre.

FIG. VIII-12

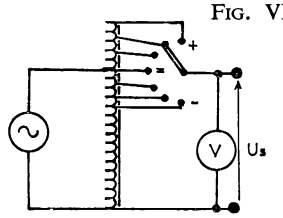


FIG. VIII-13

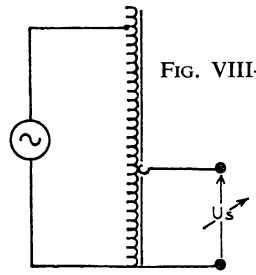


FIG. VIII-13. — Autotransformateur à rapport continuellement variable : roto-transformateur. C'est un diviseur de tension alternative à faibles pertes.

FIG. VIII-12. — Autotransformateur utilisé en « survolteur-dévolteur ».

RELATION DE PHASE ENTRE LES TENSIONS PRIMAIRE ET SECONDAIRE

Quand on dit que la tension secondaire d'un transformateur est en opposition de phase avec la tension primaire, il est intéressant de savoir, entre quelles extrémités des bobinages, on peut constater ce phénomène. Il suffit de permuter les deux extrémités d'un des bobinages pour obtenir une tension de phase opposée.

Réalisons, sur la carcasse d'un transformateur, deux bobinages superposés et enroulés dans le même sens. Soit A le début du premier et B sa fin ; C le début du deuxième et D sa fin.

Le bobinage AB constituera le primaire et le bobinage CD, le secondaire.

Prenons le point A comme potentiel de référence et supposons que le générateur de courant alternatif alimentant le primaire applique, à un instant donné, une alternance positive (rendant B plus positive que A), une tension induite prendra naissance dans le primaire et cette tension tendra à s'opposer à celle du générateur, donc à produire une alternance négative qui rendrait B plus négative que A. Comme c'est la tension du générateur qui impose son sens à la tension primaire résultante, B sera plus positive que A.

Le générateur fera circuler un courant de B vers A, *dans le bobinage* primaire, alors que la tension induite tendrait à le faire circuler de A vers B, *dans le bobinage.*

Comme, au secondaire, il n'y a que la tension induite, elle fera circuler le courant de C vers D, *dans le bobinage* quand le secondaire sera chargé.

La tension induite au primaire se comporte comme une force-contre-électromotrice, alors que, au secondaire, elle se comporte comme une force électromotrice.

Si le courant secondaire sort par D, c'est que D est plus positive que C ; U_{DC} est positive.

Nous avons vu que U_{BA} était positive, ce qui correspond à U_{AB} négative. Il y a donc, opposition de phase entre U_{DC} et U_{AB}.

Si on réunit B et C à la masse d'un oscilloscope bi-courbe, et si on réunit A à l'entrée d'un des canaux et D à l'entrée de l'autre, on observera, sur l'écran, deux sinusoïdes, en opposition de phase.

On peut vérifier que les ampères-tours primaires et secondaires se neutralisent si les courants ont les sens que nous avons indiqués (fig. 14).

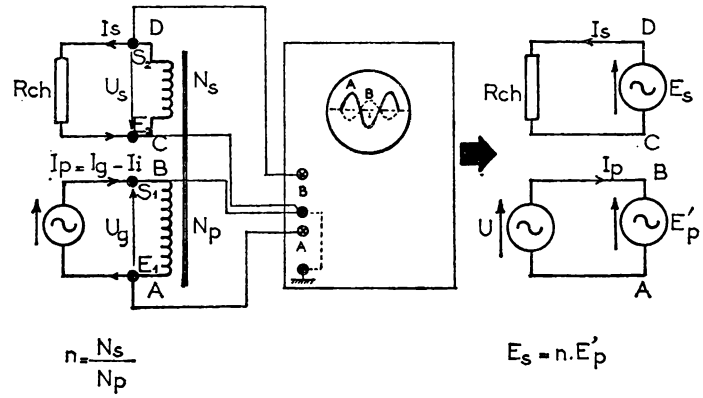


FIG. VIII-14. — L'opposition de phase entre les courants primaire et secondaire ne peut être vérifiée que si le circuit de mesure est correct.

PRINCIPE DE L'AMPLIFICATEUR MAGNÉTIQUE

Réalisons l'expérience suivante : Montons, en série avec le bobinage primaire d'un transformateur de 100 VA-220 V, une ampoule 220 V-60 W et alimentons l'ensemble sous une tension alternative de 220 V. La lampe ne s'allume pas, car l'impédance du bobinage limite l'intensité du courant à une valeur très faible.

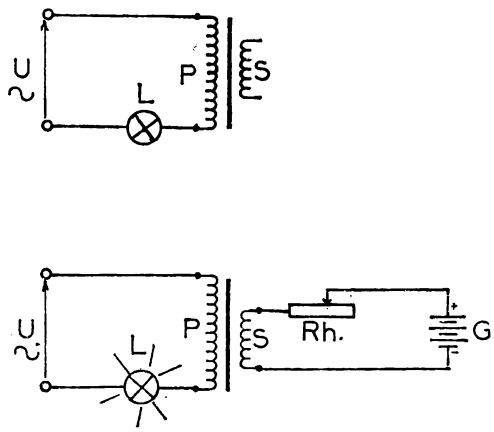


FIG. VIII-15. — Principe de l'amplificateur magnétique.

Sur la figure supérieure, la réactance du primaire bloque le courant et la lampe ne peut éclairer. Sur la figure inférieure, on sature le circuit magnétique par des ampères-tours continus et l'inductance devenant très faible, le courant peut passer et alimenter la lampe. On peut commander, progressivement, son éclairement. Il est préférable de faire cette expérience en intercalant une diode entre le générateur de courant continu et le rhéostat, afin d'éviter le passage de courant alternatif dans la batterie. La cathode de la diode sera reliée à l'entrée du rhéostat, afin que la diode soit passante pour le courant continu du générateur.

Montons un rhéostat en série avec le bobinage secondaire et alimentons l'ensemble à l'aide d'un générateur de courant continu : une batterie d'accumulateurs de 6 V, par exemple. On constate que si on augmente, progressivement, le courant dans le secondaire, en diminuant la résistance du rhéostat, la lampe s'allume et éclaire de plus en plus ; son éclat finit par atteindre celui de la lampe alimentée directement sur le secteur 220 V (fig. 15).

Les ampères-tours continus du secondaire saturent le circuit magnétique. La perméabilité relative μ_r tend vers 1 ; l'inductance du primaire est divisée par μ_r et sa valeur devenant très faible, son impédance devient également, très faible, et ne crée plus un obstacle au passage du courant dans le primaire.

$$L_p = 1{,}25 \cdot 10^{-6}\, \mu_r \frac{N_p^2 S}{l} \ .$$

Il suffit d'une faible énergie, au secondaire, pour commander une énergie alternative importante au primaire. Il y a bien amplification.

INDUCTANCE D'UNE BOBINE A NOYAU DE SUBSTANCE FERRO-MAGNÉTIQUE

Il est important de mesurer l'inductance d'une bobine à noyau de substance ferro-magnétique, dans les conditions d'utilisation.

Cette inductance dépend de différents facteurs :

valeur du courant magnétisant ;

présence d'une composante continue ou non ;

méthode de mesure.

Si on effectue la mesure de l'inductance à l'aide d'un pont d'impédances, le courant utilisé pour la mesure est très faible ; le courant magnétisant est insuffisant et l'inductance mesurée est beaucoup trop faible donc, sans valeur pratique.

Si la mesure se fait avec un courant dont la fréquence n'est pas la fréquence d'utilisation, la valeur trouvée ne correspondra pas à celle qu'on mesurerait à la fréquence convenable, car le comportement des substances ferromagnétiques varie avec la fréquence.

Prenons le cas de la mesure de l'inductance primaire d'un transformateur pour secteur 50 Hz. Mesurons la résistance du bobinage en courant continu, puis l'impédance, pour différentes valeurs de la tension primaire. On constate, en calculant l'inductance que celle-ci passe par un maximum pour une tension voisine de celle pour laquelle le primaire a été calculé (si le transformateur a été convenablement calculé et construit).

Prenons, maintenant, le cas d'un transformateur pour audio-fréquences. Il doit fonctionner, correctement, sur une gamme étendue de fréquences et avec une gamme étendue de tensions primaires, car cette tension dépend de l'intensité des sons à reproduire. On n'aura une idée des performances du transformateur qu'en effectuant une mesure d'inductance primaire à une fréquence basse et avec une tension primaire de l'ordre de grandeur de la plus faible qu'il sera appelé à recevoir. L'inductance peut varier entre 5 et 100 Henrys suivant les conditions de mesure.

Il est, donc, bon de préciser, quand on donne le résultat de la mesure, les conditions dans lesquelles elle a été faite. Cela permettra une comparaison valable entre deux transformateurs de conceptions différentes.

S'il s'agit d'une inductance de filtrage d'une tension alternative redressée, la bobine sera parcourue par une composante continue et son circuit magnétique comportera un entrefer. Il faudra faire la mesure de l'inductance en présence de la composante continue, si l'on veut que la mesure ait une signification.

Il est important de connaître l'existence de ces phénomènes, car on s'exposerait à des déboires, dans l'utilisation de ce genre de composants.

MACHINES A COURANT CONTINU

Une machine à courant continu comprend une partie fixe, appelée *stator* et une partie mobile autour d'un axe, appelée *rotor.*

C'est dans les bobinages du rotor, appelé *induit,* que prendra naissance la f.é.m. induite, s'il s'agit d'une génératrice, la f.c.é.m. induite s'il s'agit d'un moteur et c'est aux bobinages de l'induit que seront appliquées les forces électro-magnétiques, résistantes dans le cas d'une génératrice, motrices s'il s'agit d'un moteur.

Le stator et le cylindre de tôles de l'induit forment un circuit magnétique dans lequel on produira un champ d'induction magnétique soit à l'aide de bobines parcourues par un courant continu, soit à l'aide d'aimants permanents.

Cette partie s'appelle l'*inducteur* et elle contribue à « l'excitation » de la machine.

L'inducteur est agencé pour produire un champ d'induction radial dans les bobinages de l'induit (fig. 16 et 17).

Dans une machine bipolaire (à deux pôles : un pôle nord et un pôle sud) les bobinages de l'induit forment des cadres, analogues à ceux des appareils de mesure, placés dans des encoches creusées à la périphérie du rotor.

Entraînons le rotor, à une vitesse angulaire constante.

Quand une bobine du rotor a son plan perpendiculaire à l'axe nord-sud des pôles, le flux est maximum et la f.é.m. induite est nulle, car le flux ne varie pas.

Quand, au cours de sa rotation, la bobine a son plan parallèle à l'axe nord-sud, le flux s'inverse ; la variation de flux est maximale et la f.é.m. induite également.

Il se produit, dans la bobine, une f.é.m. induite alternative. (Voir chapitre VII, production d'un courant alternatif).

La f.é.m. est maximale dans la bobine dont le plan est dans l'axe nord-sud. Lorsqu'une bobine quitte cet axe, une autre vient la remplacer.

Supposons que nous utilisions un commutateur qui recueille la tension, successivement, aux bornes des bobines dans lesquelles la f.é.m. est maximale, le courant obtenu serait pratiquement continu. On sauterait, en somme, du sommet d'une sinusoïde sur le sommet de la suivante ; ce qui donnerait un courant légèrement ondulé (fig. 18).

Le commutateur utilisé est ce qu'on appelle le *collecteur*. Il est formé de coins de cuivre isolés les uns des autres par des lames de mica. Chaque coin de cuivre est relié à l'extrémité d'une bobine et au début de la suivante, si bien que toutes les bobines se trouvent reliées en série et que le bobinage entier est en court-circuit.

Mais, tout se passe comme si, dans les deux moitiés de l'induit, prenaient naissance des f.é.m. induites, égales et en opposition, dont la somme est nulle.

Le courant est recueilli par deux balais, faits d'un matériau à base de carbone, qui frottent sur le collecteur en des points diamétralement opposés.

La figure 19 montre un induit à 4 bobines et son collecteur à 4 lames.

On voit que, dans 4 conducteurs successifs, les courants ont le même sens et qu'ils sont de sens inverse dans les 4 autres conducteurs.

Les courants convergent vers un balai et divergent à l'autre balai. La f.é.m. induite dans les bobines, crée, entre les balais, une tension U.

La f.é.m. induite est proportionnelle au nombre N de conducteurs actifs de l'induit, à la vitesse de rotation : n et au flux maximum Φ dans une section du rotor, dit encore "flux sous un pôle".

$$E = Nn\Phi$$

E en V - Φ en weber

Φ est de l'ordre du milliweber.

Si le flux est 1 mWb, la vitesse de rotation 1 500 tr/mn et le nombre de conducteurs actifs égal à 4 800, la f.é.m. obtenue est :

$$E = 4\,800 \times \frac{1\,500}{60} \times 0{,}01 = 120 \text{ V}.$$

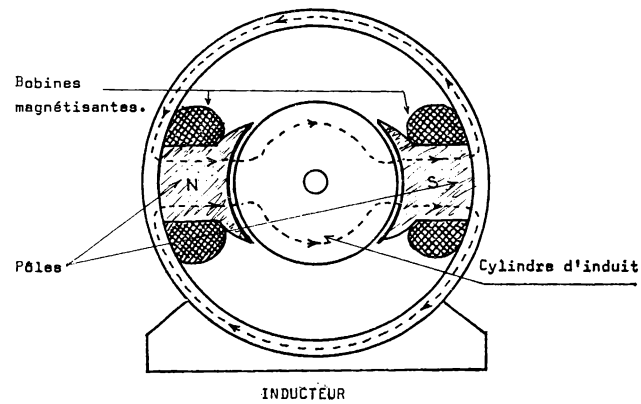


FIG. VIII-16. — Circuit inducteur d'une machine à courant continu chargé de créer un champ d'induction dans la section de l'induit.

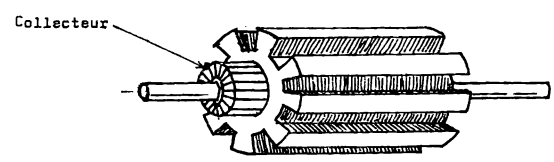


FIG. VIII-17. — Cylindre de tôles de l'induit avec ses encoches dans lesquelles viendront se loger les bobinages de l'induit et collecteur dont le rôle est expliqué ci-dessus.

Les conducteurs actifs de l'induit sont ceux qui sont logés dans les encoches et sont disposés suivant les génératrices du cylindre d'induit. Ce sont eux qui fauchent les lignes de champ du champ d'induction.

Les conducteurs disposés sur les faces circulaires du cylindre d'induit ne servent qu'à raccorder, entre eux, les conducteurs actifs ou à les relier aux lames de cuivre du collecteur.

Le champ d'induction est, le plus souvent, produit par des bobines magnétisantes disposées sur les pièces polaires et alimentées par du courant continu.

Les propriétés des machines varient avec le mode d'excitation de ces machines, c'est-à-dire, avec la façon dont les bobines magnétisantes sont alimentées en courant continu.

Si l'alimentation des bobines de l'inducteur est faite à partir d'une source séparée, la machine est dite *à excitation indépendante.*

Si cette alimentation est faite à partir de la source de courant que constitue l'induit, la machine est dite *auto-excitée.*

L'excitation est une excitation « *shunt* » si les bobines inductrices sont placées *en parallèle* avec l'induit.

C'est une excitation « *série* » si les bobines sont placées, *en série* avec l'induit.

L'auto-excitation n'est possible que parce que, dans une machine ayant déjà fonctionné, le circuit magnétique conserve une certaine aimantation due à l'induction rémanente.

Le réglage du courant circulant dans les bobines magnétisantes permet de faire varier le champ d'induction, donc, le flux, ce qui permet d'ajuster la f.é.m. à la valeur désirée. (Ceci n'est pas possible avec les générateurs chimiques).

Les génératrices, généralement utilisées, sont à excitation shunt ou à excitation compensée ; ce dernier système qui combine les excitations shunt et série permet de maintenir, constante, la tension aux bornes de la génératrice, malgré les variations du courant débité.

Les génératrices à courant continu tendent à disparaître, car, il est plus facile d'obtenir du courant continu par redressement du courant alternatif. (Convertisseurs statiques).

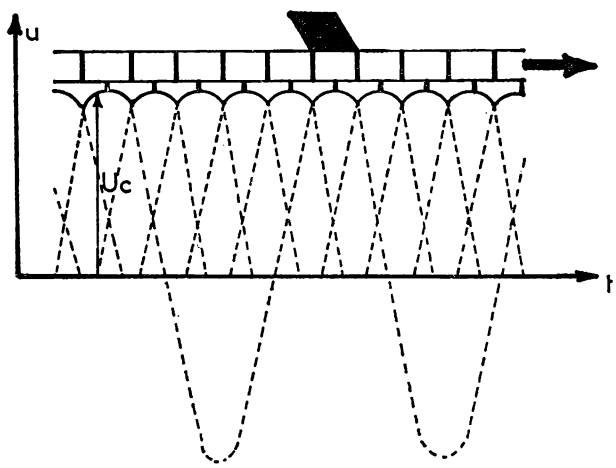


FIG. VIII-18. — Chaque lame du collecteur est reliée à la sortie d'une bobine et à l'entrée de l'autre. Les tensions induites dans les diverses bobines sont alternatives et décalées les unes par rapport aux autres. Les balais commutent les sorties sur celle des bobines dans laquelle la tension est maximale.

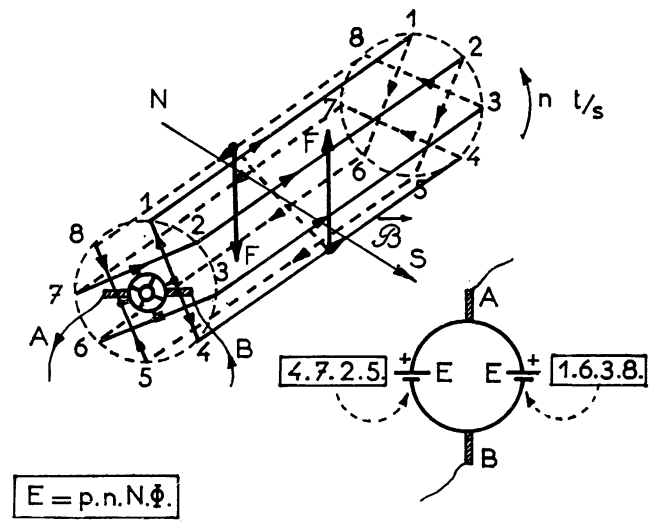


FIG. VIII-19. — Un induit se comporte comme deux générateurs de même f.é.m. branchés en opposition et débitant en parallèle dans le circuit extérieur.

MOTEURS A COURANT CONTINU

Les moteurs, alimentés en courant continu, sont les moteurs les plus souples dont on dispose et ils sont largement utilisés.

Certains, dits *universels*, fonctionnent, indifféremment, sur le courant continu et sur le courant alternatif.

MOTEUR A EXCITATION SHUNT OU MOTEUR SHUNT

Le moteur shunt est, en réalité, un moteur à excitation indépendante car, l'inducteur étant en parallèle avec l'induit, est alimenté directement, à partir de la source de courant continu.

Les conducteurs actifs de l'induit étant parcourus par un courant et placés dans un champ d'induction, vont être soumis à des forces électro-magnétiques qui vont communiquer. à l'induit, un mouvement de rotation, ainsi que le montre la figure 19.

Désignons par :

R la résistance de l'induit entre les balais.

r la résistance du circuit inducteur.

Φ le flux sous un pôle.

N le nombre de conducteurs actifs de l'induit.

E' la f.c.é.m. du moteur.

n la vitesse de rotation de l'induit en tr/s.

I l'intensité du courant dans l'induit.

i l'intensité du courant dans l'inducteur.

U la tension continue aux bornes du moteur.

On a les relations suivantes :

$$i = \frac{U}{r}$$

$$I = \frac{U-E}{R}$$

$E = Nn\Phi$ s'il s'agit d'un moteur bipolaire

$$I = \frac{U-Nn\Phi}{R}$$

$$n = \frac{U-RI}{N\Phi}.$$

On voit que *la vitesse de rotation du moteur est inversement proportionnelle au flux sous un pôle*. On augmentera donc, la vitesse, en *diminuant* le courant d'excitation i.

Ceci s'obtient en plaçant, en série avec les bobines magnétisantes, un rhéostat appelé « *rhéostat d'excitation ou de champ* » (fig. 20).

On remarquera que RI étant beaucoup plus petite que U, $U-RI$ est peu différente de U et que *la vitesse est sensiblement proportionnelle à la tension d'alimentation.*

Si on alimente, séparément, l'inducteur pour conserver Φ constant, on pourra régler la vitesse en faisant varier la tension d'alimentation de l'induit.

C'est très facile à faire si on obtient le courant continu à partir d'un courant alternatif redressé.

Une grandeur caractéristique d'un moteur est *le couple moteur* qui s'exprime en metres-Newtons.

Si ω est la vitesse angulaire de rotation du moteur, exprimée en radians par seconde, P_M la puissance mécanique fournie par le moteur, M le moment du couple moteur, on a la relation :

$$P_M = M\omega.$$

Par définition de la f.c.é.m. d'un moteur, on a :

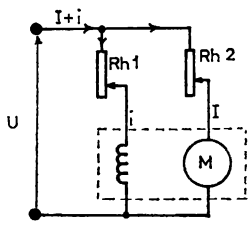
$P_M = E'I$ (voir chapitre III - Récepteurs).

$$M = \frac{E'I}{\omega}.$$

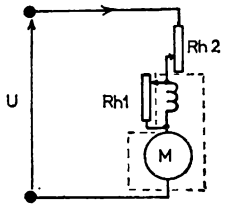
Mais $\omega = 2\pi n$, puisque 1 tour vaut 2π radians

$$M = \frac{E'I}{2\pi n}.$$

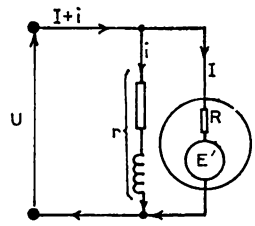
Le moment du couple moteur est donc, *proportionnel au flux sous un pôle et à l'intensité du courant dans l'induit.*



◄ FIG. VIII-20



◄ FIG. VIII-22



◄ FIG. VIII-20 *bis*

FIG. VIII-21 ▶

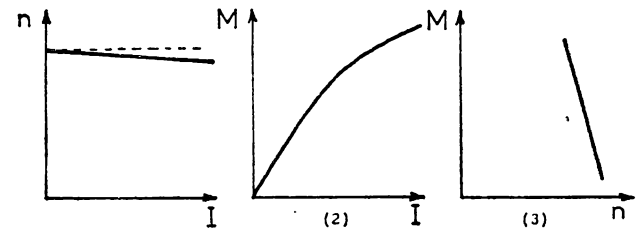


FIG. VIII-23 ▶

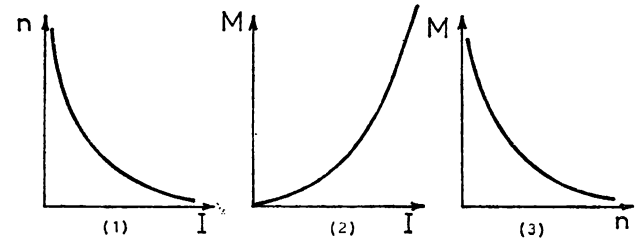


FIG. VIII-20 *bis*. — Schéma équivalent à une machine à excitation shunt.

FIG. VIII-20 et 21. — Moteur à excitation « shunt » et courbes caractéristiques.

FIG. VIII-22 et 23. — Moteur à excitation « série » et courbes.

Les propriétés d'un moteur peuvent être mises en évidence par quelques courbes caractéristiques.

Celles du moteur shunt sont représentées sur les figures 21.

Elles traduisent la constance de la vitesse d'un moteur shunt soumis à des charges variables.

Ce type de moteur peut être remplacé par des moteurs à courant alternatif : les moteurs asynchrones qui ont des propriétés analogues et sont d'une construction plus économique.

MOTEUR A EXCITATION SÉRIE OU MOTEUR SÉRIE

Le moteur à excitation série est, par contre, un moteur aux particularités intéressantes, car il peut fonctionner sur les deux types de courant.

L'inducteur ne comporte que quelques spires de fil de gros diamètre, parcourues par le courant qui passe dans l'induit. Cependant, le courant dans l'inducteur peut être réglé à l'aide d'un rhéostat, placé en parallèle avec les bobines magnétisantes (fig. 22).

Si on admet que Φ est proportionnel à I, *le couple est proportionnel au carré de l'intensité.*

Lorsque le moteur n'est pas chargé, I est faible, le flux également et, comme la vitesse est inversement proportionnelle au flux, la vitesse devient très grande et le moteur s'emballe.

Un moteur série ne doit jamais être utilisé sans charge.

Son fort couple au démarrage en fait un moteur idéal pour la traction électrique, les engins de levage.

Il peut, moyennant quelques transformations technologiques, fonctionner sur le courant alternatif, car son inducteur a une faible inductance ; le sens du champ d'induction s'inverse en même temps que le sens du courant dans l'induit, ce qui fait que la force électromagnétique conserve le même sens, quel que soit le sens de circulation du courant.

Les caractéristiques du moteur série sont représentées sur les figures 23.

Tous les moteurs à courant continu *n'ayant pas de f.c.é.m. au démarrage*, le courant au démarrage doit être limité à l'aide d'une résistance variable que l'on élimine progressivement du circuit ; c'est le *rhéostat de démarrage.*

GÉNÉRATEURS DE COURANT ALTERNATIF

ALTERNATEURS

Nous avons vu que, dans les bobines d'une machine à courant continu, prenait naissance une f.é.m. induite alternative et que c'était par commutation (collecteur) qu'on obtenait un courant, de même sens, légèrement ondulé.

Si on captait le courant, toujours, dans une même bobine, on obtiendrait du courant alternatif.

On peut obtenir un résultat équivalent en utilisant une bobine fixe baignée par un champ d'induction alternatif.

Expérience

Devant une bobine, comportant quelques centaines de spires, reliée, à l'amplificateur vertical d'un oscilloscope, faisons tourner, à une vitesse aussi constante que possible, un aimant droit.

Nous observons sur l'écran de l'oscilloscope un signal périodique, symétrique, ressemblant, vaguement, à une sinusoïde.

C'est l'image d'une tension alternative.

Quand le pôle nord est devant la bobine, le flux est maximum, mais varie peu ; la f.é.m. est nulle.

Quand l'axe de l'aimant est perpendiculaire à celui de la bobine, le flux s'inverse ; la variation de flux est maximale et la f.é.m. induite aussi.

Quand le pôle sud passe devant la bobine, la f.é.m. s'annule ; puis, elle s'inverse quand le pôle sud quitte la bobine ; elle passe par un maximum quand l'axe de l'aimant est perpendiculaire à celui de la bobine ; puis elle retombe à zéro quand le pôle nord se présente, à nouveau, devant la bobine.

La variation de flux n'étant pas sinusoïdale, le courant ne l'est pas.

En étudiant la forme du circuit inducteur et de la bobine, on peut obtenir un courant pratiquement sinusoïdal.

C'est sur ce principe que sont construits les "alternateurs".

Le stator contient les bobines dans lesquelles sera créée une f.é.m. alternative, alors que le rotor constitue le circuit inducteur.

Il se compose de pièces polaires sur lesquelles sont disposées des bobines magnétisantes parcourues par du courant continu (fig. 24).

Le rotor est entraîné à vitesse constante.

La f.é.m. efficace induite est donnée par la formule :

$$E = K \cdot p \cdot N \cdot n \cdot \Phi$$

p est le nombre de paires de pôles (alternativement nord sud) ;

N est le nombre de conducteurs actifs du stator.

n est la vitesse de rotation du rotor en tours par seconde ;

Φ est le flux sous un pôle ;

K est le coefficient de Kapp, voisin de 2,22.

Si $p = 1$, une sinusoïde est produite à chaque tour.

Si $p = 2$, deux sinusoïdes sont produites à chaque tour.

Si la machine tourne à n tours par seconde, elle produit pn sinusoïdes par seconde ; ceci représente la fréquence du courant. On a donc :

$$\boxed{f = pn}$$

f en Hz

n en tr/s

La formule donnant la f.é.m. peut s'écrire :

$$\boxed{E = K \cdot f \cdot N \cdot \Phi}$$

Φ en Wb

f en Hz

E en V

Exemple :

$K = 2{,}22$; $N = 2\,000$; $f = 50$ Hz

$\Phi = 1$ mWb

$E = 2{,}22 \times 50 \times 2\,000 \times 0{,}001 = 222$ V.

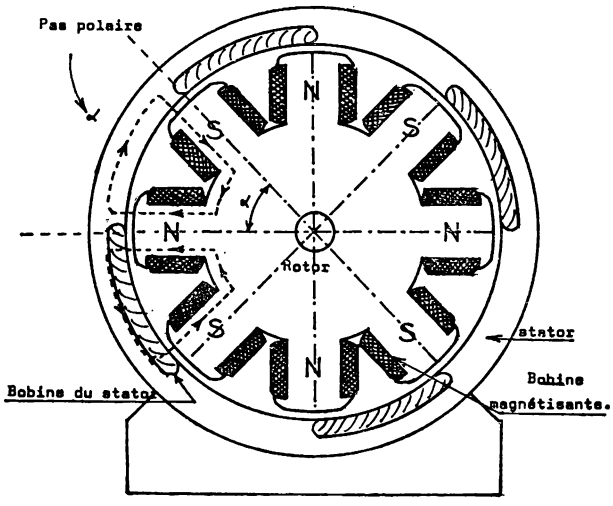


FIG. VIII-24. — Coupe d'un alternateur à 4 paires de pôles. Ce sont les bobines dans lesquelles sera induit le courant alternatif qui sont fixes et c'est la partie inductrice qui est mobile, contrairement à ce qui a lieu pour les machines à courant continu.

De la formule :

$f = pn$, on peut tirer les vitesses auxquelles doit tourner le rotor pour produire du courant alternatif, de fréquence 50 Hz.

Si	$p = 1$	$n = 50$	tr/s	$n = 3\,000$ tr/mn
	$p = 2$	$n = 25$	tr/s	$n = 1\,500$ tr/mn
	$p = 40$	$n = 1{,}25$	tr/s	$n = 75$ tr/mn

Les alternateurs entrainés par des turbines à vapeur ont soit 2, soit 4 pôles. Leur vitesse de rotation est 3 000 ou 1 500 tr/mn.

Ceux qui sont entraînés par des turbines hydrauliques tournent à des vitesses de l'ordre de 100 tr/mn.

Leurs rotors ont un grand nombre de paires de pôles et on les désigne sous le nom de roues polaires, car les pôles sont disposés à la périphérie d'un volant de grand diamètre.

Le courant continu, destiné à l'alimentation des bobines magnétisantes, est produit par une génératrice à courant continu placée en bout d'arbre de l'alternateur et entraînée en même temps que lui : *l'excitatrice*, ou par un redresseur. En réglant le courant d'excitation de l'excitatrice, on fait varier le flux sous les pôles de l'alternateur et on peut ajuster la f.é.m., à la valeur désirée.

Des régulateurs de vitesse très efficaces sont utilisés pour maintenir, constante, la vitesse de rotation du rotor afin que la fréquence du secteur ne varîe pas. Elle est utilisée, dans beaucoup d'appareils, comme référence de temps et sa valeur moyenne est maintenue constante avec une grande précision.

Pour mieux utiliser la surface du stator et les lignes de transport d'énergie électrique, les alternateurs sont agencés pour produire des courants alternatifs triphasés.

Ce sont des courants alternatifs de même f.é.m., mais déphasés les uns par rapport aux autres de 120°.

Ces courants ont des propriétés très intéressantes, vues au chapitre VII.

On peut les transporter avec 3 fils seulement, au lieu de 6, s'il s'agissait de 3 courants monophasés ayant entre eux des relations de phase quelconques.

Si on utilise un quatrième fil commun aux 3 phases appelé : fil neutre, on peut disposer de deux tensions différentes.

La tension composée U_c, entre deux fils de phase.

On a, entre ces deux tensions, la relation :

$$U_c = U_s \sqrt{3}$$

Par exemple :

si $U_s = 127$ V $\quad U_c = 220$ V

si $U_s = 220$ V $\quad U_c = 380$ V

Les récepteurs alimentés symétriquement par les trois phases peuvent être couplés, soit en étoile (fig. p. VII-42) soit en triangle.

Les relations suivantes existent entre les courants et tensions du couplage étoile et du couplage triangle :

$$U_E = U_s = \frac{U_c}{\sqrt{3}} = \frac{U_T}{\sqrt{3}} = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

$$I_E = I_L = I_T \sqrt{3}$$

I_L représente le courant dans la ligne et U_L la tension entre deux phases.

La puissance active fournie par des courants triphasés est donnée par la formule :

$$P = U_L I_L \sqrt{3} \cos \varphi$$

On suppose que, dans les trois fils de phase, les courants sont égaux et que les déphasages entre tension et courant sont les mêmes pour les trois phases.

Les courants triphasés permettent d'obtenir, dans l'entrefer d'une machine analogue à un alternateur, **un champ magnétique tournant** comme celui qui serait produit par les pôles d'un aimant animé d'un mouvement de rotation ; mais, là, le champ tournant émane des bobines **fixes** du stator de la machine, alimentées par des courants triphasés.

Le champ tournant est animé d'une vitesse qui dépend de la fréquence du courant et du nombre de bobines par phase du stator, chaque bobine correspondant à une paire de pôles.

Cette vitesse :

$$n_s = \frac{f}{p} \text{ est appelée : } \textit{vitesse de synchronisme.}$$

Avec un stator à 3 bobines : une par phase, le champ tourne à 3 000 tr/mn, si $f = 50$ Hz.

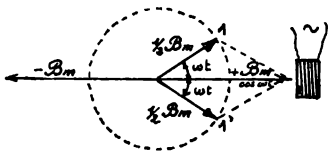


FIG. VIII-25. — Une bobine, parcourue par du courant alternatif, donne naissance à deux champs d'induction, tournant en sens inverse l'un de l'autre, à la vitesse de synchronisme : ω rad/s.

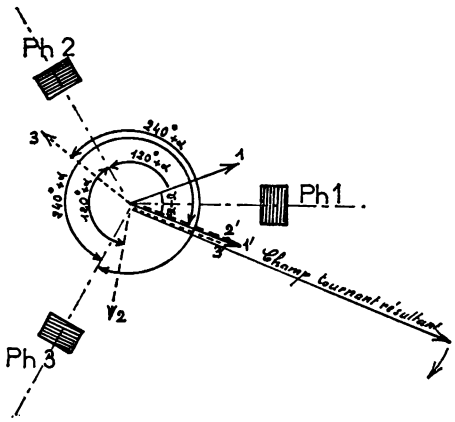


FIG. VIII-26. — Des courants triphasés permettent de produire un seul champ d'induction, tournant en sens inverse de l'ordre des phases.

Constituons 3 bobines identiques de plusieurs centaines de spires chacune, enfilées sur un noyau de fer et disposons-les, en cercle, à 120° les unes des autres (fig. 26).

Plaçons, au centre, le pivot d'une aiguille de boussole et disposons sur ce pivot une aiguille aimantée.

Alimentons les bobines en étoile ou en triangle par des courants triphasés ; l'aiguille de la boussole vibre (et tourne quelquefois). Lançons-la, à la main, elle continue à tourner à une vitesse de 3 000 tr/mn et on ne distingue plus l'aiguille, si ce n'est le bouton central dont la vitesse linéaire est faible.

Remplaçons l'aiguille aimantée par le capuchon métallique d'un porte-mine, le capuchon se met à tourner.

Un disque métallique au milieu duquel on a donné un coup de pointeau pour qu'il tienne en équilibre sur le pivot, se met également à tourner, mais le capuchon métallique ou le disque tourne à une vitesse bien inférieure à 3 000 tr/mn.

L'aiguille aimantée peut démarrer de cette façon et, ensuite, atteindre la vitesse de synchronisme.

Cette expérience montre le principe des moteurs synchrones et asynchrones.

PRINCIPE DES MOTEURS SYNCHRONE ET ASYNCHRONE

Pour mieux comprendre le principe du moteur synchrone, reprenons l'aiguille aimantée mobile sur son pivot.

Suspendons un aimant en U à une ficelle et descendons les pôles, à la hauteur de l'aiguille aimantée (fig. 27).

Le pôle nord de l'aimant attire la partie brillante de l'aiguille (pôle sud) et le pôle sud attire la partie bleutée.

Faisons tourner lentement l'aimant, l'aiguille aimantée suit le mouvement et son axe reste confondu avec la droite joignant les pôles de l'aimant. L'aiguille tournant à la même vitesse que l'aimant, on dit que les vitesses de l'aimant et de l'aiguille sont synchrones.

Si on fait varier rapidement la vitesse de rotation de l'aimant, l'inertie de l'aiguille l'empêche de répondre à ce brusque changement de vitesse et, si le pôle sud de l'aiguille vient à se trouver en face du sud de l'aimant, il y a répulsion au lieu d'y avoir attraction ; l'aiguille ralentit et ne peut plus rattraper l'aimant lorsque, à nouveau il y a attraction entre pôles de noms contraires.

Le stator d'un alternateur, alimenté par des courants triphasés, produit un champ tournant.

Le rotor, alimenté en courant continu, présente lui aussi, des pôles et sous l'action du champ tournant, il y a successivement attraction et répulsion entre pôles ; mais, l'inertie du rotor l'empêche de suivre le mouvement de rotation rapide du champ tournant.

A l'aide d'un moteur auxiliaire, lançons le rotor, à la vitesse du champ tournant du stator.

Si la disposition des pôles est telle qu'un pôle nord du champ tournant, se trouve en face d'un pôle sud du rotor, il va y avoir entraînement du rotor qui tournera à la vitesse du champ, sans l'aide du moteur auxiliaire

Le couple **moteur** du moteur synchrone, ainsi constitué, est le couple **résistant** de l'alternateur.

L'alternateur est donc réversible.

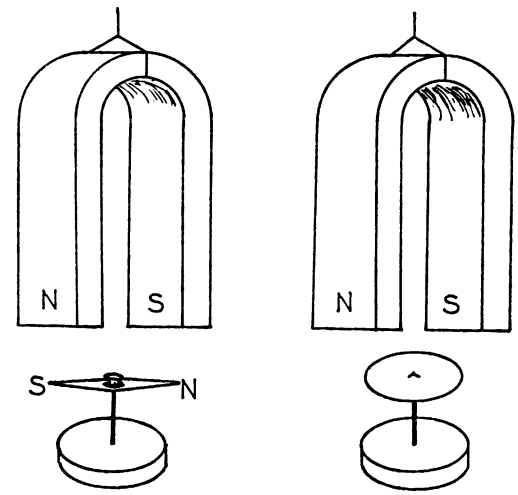


FIG. VIII-27. — Principe du moteur synchrone. L'aiguille aimantée tourne à à la même vitesse que l'aimant.

FIG. VIII-28. — Principe du moteur asynchrone. Il y a réaction entre le champ d'induction créé par les courants induits dans le disque et le champ d'induction de l'aimant tournant. Le disque prend du retard sur le mouvement de l'aimant afin qu'il y ait déplacement relatif entre le mouvement du disqueet celui de l'aimant ; car, c'est ce déplacement qui est à l'origine des courants induits.

Le moteur synchrone est intéressant lorsqu'on désire une vitesse rigoureusement constante, mais la nécessité d'utiliser un moteur auxiliaire pour le lancer, fait qu'il est peu utilisé.

Le moteur asynchrone a un stator analogue à celui d'un alternateur et lorsque les bobines du stator sont alimentées avec des courants triphasés un champ, tournant à la vitesse de synchronisme, existe dans l'entrefer de la machine.

Le rotor est formé par un bobinage **en court-circuit** encastré dans un cylindre de tôles de fer au silicium.

Le bobinage affecte, le plus souvent, l'aspect d'une cage d'écureuil.

Supposons le rotor, à l'arrêt. Son bobinage est couplé à ceux du stator et se comporte comme le bobinage secondaire d'un transformateur qui serait en court-circuit.

Des courants induits y prennent naissance et ces courants induits tendent à s'opposer au phénomène qui les crée (Loi de Lenz).

Si le rotor tournait à la vitesse du champ tournant, le flux dans les bobinages du rotor resterait constant, car il n'y aurait aucun déplacement relatif mais, alors, il n'y aurait plus de courants induits.

Les courants induits ont leur intensité maximale quand le rotor est immobile et nulle quand la vitesse du rotor est celle du champ tournant.

Le rotor va se mettre à tourner, pour diminuer la variation de vitesse relative entre le champ tournant et le rotor ; mais, comme ce sont les courants induits qui obligent le rotor à tourner, celui-ci ne pourra tourner que si les courants induits existent ; donc, s'il y a un déplacement du rotor par rapport au champ tournant, si petit soit-il.

La vitesse de rotation du rotor ne peut donc atteindre la vitesse du champ tournant ou vitesse de synchronisme :

$\omega_r < \omega_s$ ω_r = vitesse angulaire du rotor,

ω_s = vitesse angulaire de synchronisme.

L'écart de vitesse relatif entre ω_r et ω_s s'appelle le *glissement* du moteur.

$$g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

g est de l'ordre de 2 à 5 %.

Comme ce moteur tourne à une vitesse inférieure à la vitesse de synchronisme (vitesse à laquelle tournerait un moteur synchrone) on l'appelle : moteur *asynchrone.*

Exercice

Un moteur à 6 pôles fonctionne sur un secteur 50 Hz et a un glissement de 4 %.

Quelle est sa vitesse de rotation ?

La vitesse de synchronisme est :

$$n\,(\text{tr/s}) = 60\frac{f}{p}$$

Comme $p = 3$ et $f = 50$ Hz, on a :

$$n = \frac{60 \times 50}{3} = 1\,000 \text{ tr/mn.}$$

La vitesse de rotation du moteur est inférieure de 4 % à ω_s

$$\omega_r = \omega_s - 0{,}04\,\omega_s = 0{,}96\,\omega_s$$

$$\omega_r = 0{,}96 \times 1\,000 = 960 \text{ tr/mn}$$

Les moteurs asynchrones tournent à une vitesse très proche de la vitesse de synchronisme ; ils ont des caractéristiques assez voisines de celles d'un moteur shunt à courant continu.

Ils démarrent sans l'aide d'un moteur auxiliaire.

On peut augmenter le couple au démarrage en augmentant, au démarrage, la résistance du rotor (fig. 29).

Il faut, pour cela, utiliser un rotor bobiné dont les bobinages sont accessibles, de l'extérieur, par des bagues et introduire, au démarrage, des résistances en série avec les bobines ; ces résistances, seront éliminées quand le moteur aura atteint sa vitesse de régime.

Des rotors à double cage ou à déplacement de courant sont utilisés dans le but de faciliter le démarrage.

Le courant alternatif monophasé produit *deux* champs tournants d'intensités égales, mais *tournant en sens inverse l'un de l'autre.*

Un rotor, placé dans une telle situation, reste immobile, car il est sollicité, également, dans les deux sens de rotation.

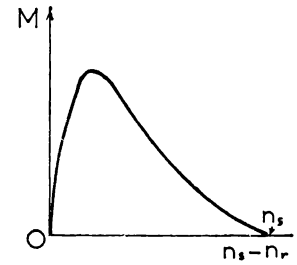


FIG. 29

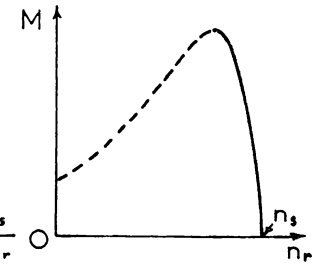


FIG. 30

FIG. VIII-29, 30 et 31. — Courbes d'un moteur asynchrone.

Le couple au démarrage est d'autant plus élevé que la résistance r du bobinage du rotor est plus grande.

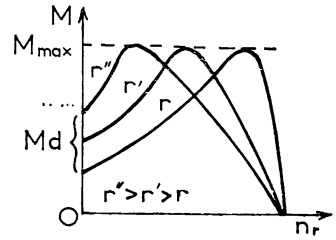


FIG. 31

Pour lui permettre de tourner dans un sens déterminé, on rend prépondérant l'un des champs tournant par rapport à l'autre, au moyen de condensateurs et le moteur peut, alors, suivre le champ tournant avantagé.

Il existe, donc, des moteurs asynchrones monophasés.

Le moteur asynchrone est robuste et d'un prix de revient faible, en comparaison d'un moteur à courant continu ; mais, comme tous les moteurs ne fonctionnant que sur le courant alternatif, *sa vitesse est liée à la fréquence du secteur* et ne peut être réglée que dans des limites très étroites.

Le moteur série, à courant continu, aménagé pour fonctionner sur le courant alternatif est le seul moteur dont la vitesse soit indépendante de la fréquence du courant.

PROBLÈMES

1. Un circuit magnétique fermé a une section de 4 cm^2 et une longueur moyenne de 24 cm. On veut, à l'aide d'une tension alternative de 120 V-50 Hz, créer un champ d'induction dont la valeur maximale soit 1,4 T, dans une bobine magnétisante enroulée sur le circuit.

Calculer :

1° le nombre de spires de la bobine magnétisante ;
2° l'inductance de la bobine si la perméabilité relative moyenne est 5 000 ;
3° l'intensité du courant magnétisant.

2. Un transformateur a 550 spires au primaire et 110 spires au secondaire. Le primaire est alimenté sous une tension alternative de 220 V-50 Hz.

Calculer :

1° le rapport de transformation ;
2° le courant au secondaire ;
3° le courant dans le secondaire, si on le charge par une résistance R de 5,5 Ω ;
4° le courant primaire quand le secondaire est chargé par R ;
5° le courant dans le secondaire quand on le charge par une bobine ayant une inductance de 0,032 H et une résistance de 10 Ω ;
6° le déphasage du courant primaire sur la tension primaire, dans ces conditions.

3. Un transformateur est réalisé sur un circuit magnétique dont la section est 16 cm^2. Le primaire est destiné à fonctionner sur une tension de 220 V-50 Hz. L'induction maximale dans le circuit doit être de 1,2 T.

Calculer :

1° le nombre de spires du primaire ;
2° le nombre de spires du secondaire, si on veut obtenir une tension secondaire de 24 V ;
3° le diamètre des fils utilisés au primaire et au secondaire sachant que le secondaire débite 10 A et qu'on admet une densité de courant de 3 A/mm^2 dans les deux bobinages.

4. Un auto-transformateur, fonctionnant sur une fréquence de 50 Hz, est destiné à élever une tension alternative de 120 à 180 V. L'utilisation absorbe une intensité de 2,5 A.

Calculer :

1° l'intensité fournie par la source ;
2° l'intensité dans la partie du bobinage commune au primaire et au secondaire.

5. Un générateur de courant à fréquence variable a une résistance intérieure de 50 kΩ. Il attaque, par l'intermédiaire d'un transformateur de rapport 0,02, une charge de 2,5 Ω. Son inductance primaire est 30 H et son inductance de fuite 50 mH.

Calculer les fréquences de coupure et trouver la bande passante à −3 dB.
Les pertes dans le transformateur sont supposées négligeables.

6. Un générateur ayant une résistance intérieure de 1,5 kΩ doit être chargé par une impédance, non réactive, de 3 kΩ pour avoir un fonctionnement optimum. Il alimente une charge ayant une impédance, non réactive, de 15 Ω, à travers un transformateur. La bande passante à −3 dB doit s'étendre de 100 à 15 000 Hz.

Calculer :

1° le rapport de transformation que doit avoir le transformateur ;
2° son inductance primaire minimale ;
3° l'inductance de fuite à ne pas dépasser pour satisfaire aux conditions imposées.

7. Un moteur shunt a les caractéristiques suivantes :

— résistance du circuit inducteur : 240 Ω
— résistance de l'induit : 1 Ω
— f.c.é.m. : 110 V
— vitesse de rotation : 1 200 tr/mn
— tension d'alimentation : 120 V
(pertes dans le fer négligeables)

Calculer

1° le courant dans l'inducteur ;
2° le courant dans l'induit ;
3° le courant fourni par la source ;
4° la puissance électrique absorbée ;
5° la puissance mécanique fournie par le moteur ;
6° le rendement du moteur ;
7° le moment du couple moteur.

8. Un moteur shunt est alimenté sous une tension continue de 220 V. La résistance de son induit est 0,5 Ω, celle de son inducteur 100 Ω. Il fournit une puissance mécanique de 4,8 kW avec un rendement de 80 %. Sa vitesse de rotation normale est 1 500 tr/mn.

Calculer :

1° le courant dans l'inducteur ;
2° la puissance électrique absorbée par le moteur ;
3° l'intensité du courant fourni par la source ;
4° l'intensité du courant dans l'induit ;
5° la f.c.é.m. du moteur ;
6° les pertes électriques dans l'induit et dans l'inducteur ;
7° les pertes mécaniques ;
8° la valeur du moment du couple moteur.

9. Un alternateur a les caractéristiques suivantes :

— nombre de conducteurs actifs du stator : 2 000
— flux sous un pôle : 1 mWb
— nombre de pôles : 8
— vitesse de rotation : 750 tr/mn
— coefficient de Kapp : 2,2

Calculer :

1° la f.é.m. de l'alternateur ;
2° la fréquence du courant produit.

10. Un moteur asynchrone triphasé a les caractéristiques suivantes :

— tension d'alimentation : 220-380 V-50 Hz
— nombre de pôles : 6
— glissement : 3 %
— puissance mécanique : 2,55 kW
— rendement : 0,85
— cos φ : 0,8
— stator monté en triangle

Calculer :

1° la vitesse de synchronisme en tr/mn ;
2° la vitesse de rotation du rotor en tr/mn
3° la puissance électrique absorbée ;
4° l'intensité en ligne ;
5° l'intensité dans les bobinages du stator ;
6° la fréquence du courant dans le rotor ;
7° le moment du couple moteur.

CHAPITRE IX

ÉTUDE DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Etudier un circuit électrique consiste à déterminer par des méthodes appropriées : graphiques, mathématiques ou expérimentales, les caractéristiques de ce circuit : tensions, intensités, déphasages, impédances, etc.

Nous allons donner, dans cette étude, les principaux moyens dont on dispose pour le calcul des circuits.

Des études de circuits ont déjà été faites, par application des lois d'Ohm, de Kirchhoff, des théorèmes de Thévenin et de Norton, dans des circuits parcourus par du courant continu.

Des études de circuits parcourus par du courant alternatif ont, également, été faites en utilisant des formules déduites des diagrammes de Fresnel.

L'utilisation des notations imaginaires permet d'appliquer aux circuits parcourus par du courant alternatif, les mêmes méthodes que celles qui sont utilisées pour les circuits parcourus par du courant continu.

Alors que les grandeurs de même espèce peuvent s'ajouter, albégriquement, en courant continu, en courant alternatif, ces grandeurs sont rarement, en phase, et on doit faire des sommes vectorielles.

Le calcul imaginaire, en représentant une grandeur vectorielle, non plus par le vecteur, lui-même, mais, par ses composantes obtenues par projection du vecteur sur deux axes rectangulaires, permet d'avoir affaire à des grandeurs, en phase, donc, pouvant s'ajouter algébriquement.

Nous allons donner des notions très succinctes de calcul imaginaire, mais, cependant suffisantes pour permettre d'utiliser ce calcul dans l'étude des circuits.

NOTIONS DE CALCUL IMAGINAIRE

Ce calcul est basé sur l'emploi de l'opérateur : i, qui indique qu'on doit opérer une rotation de 90°, *dans le sens trigonométrique.* Comme l'emploi du symbole *i*, pourrait prêter à confusion avec la lettre *i*, désignant l'intensité d'un courant électrique, on remplace, en électricité, le symbole *i* par le symbole *j*.

$$OB = (100 + j\,200)\ \text{m}$$

signifie que pour aller de *O* à *B*, il faut parcourir 100 m dans la direction prise comme référence, dans le sens positif, puis, *tourner à gauche, à angle droit*, et parcourir 200 m dans cette nouvelle direction. (C'est ce qu'on fait, dans une ville, quand des pâtés de maisons rectangulaires empêchent qu'on puisse se rendre directement d'un point à un autre).

Considérons deux axes de coordonnées, rectangulaires, et un vecteur *OA*, ayant son origine au point de rencontre des axes.

Projetons ce vecteur sur les deux axes et soient *OB* la projection de *OA* sur l'axe *X'X* et *OC* la projection de *OA* sur l'axe *Y'Y* (fig. 1).

La longueur du segment *OA* est le *module* du vecteur *OA*, on le désigne par ρ.

L'angle *AOX* est *l'argument* du vecteur *OA*, et est désigné par φ.

Avec la notation imaginaire, le vecteur *OA* sera désigné ainsi $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + j\overrightarrow{BA}$
ce qui signifie que, partant de *O*, il faut, pour arriver à *A*, parcourir *OB* dans la direction *OX*, puis *effectuer une rotation de* 90°, *dans le sens trigonométrique* et parcourir une distance égale à *BA*, dans cette nouvelle direction.

Le vecteur *OA* est bien désigné par ses composantes : *OB* et *BA* (qui est égale à *OC*).

Ce vecteur est bien défini, car, on peut, connaissant *OB* et *BA*, en déduire le module et l'argument du vecteur.

FIG. 1

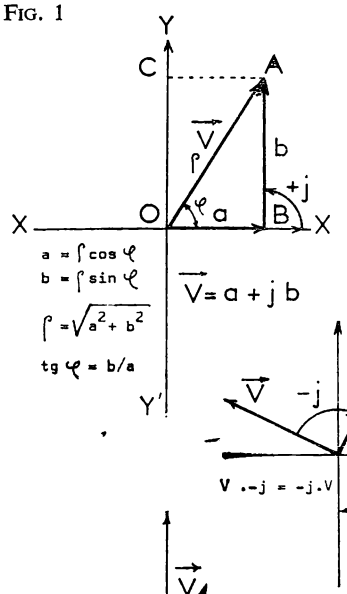


FIG. 2

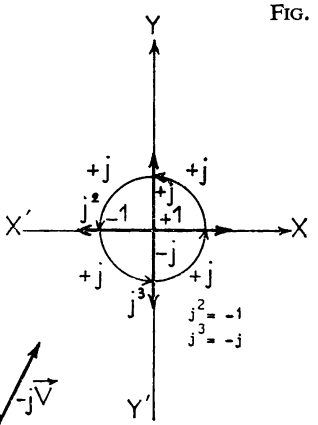


FIG. IX-1, 2 et 3. — Dans le calcul imaginaire, on représente un vecteur à l'aide de ses composantes sur deux axes rectangulaires. On utilise, en électricité, l'opérateur *j*, qui indique qu'il faut effectuer une rotation de $\pi/2$, dans le sens trigonométrique.

Les composantes de plusieurs vecteurs suivant l'un ou l'autre des axes rectangulaires sont « en phase » et peuvent s'ajouter algébriquement (fig. 3).

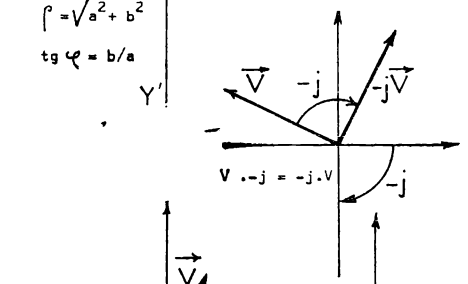
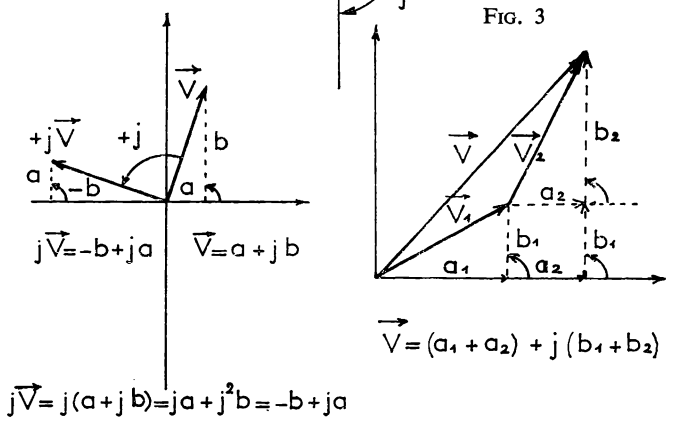


FIG. 3



On a : $\rho = \sqrt{OB^2 + BA^2}$ et $\operatorname{tg} \varphi = \dfrac{BA}{OB}$.

Valeur attribuée à j

Considérons le vecteur unitaire (de module égal à 1) et supposons qu'au départ, il soit porté par l'axe $X'X$ et dirigé de O vers X.

Avec la notation imaginaire, ce vecteur est représenté par :

$$OA = +1 \quad \text{(sa composante verticale est nulle).}$$

Faisons-lui effectuer une rotation de 90° *dans le sens trigonométrique* ; sa représentation, en notation imaginaire, sera :

$$\overrightarrow{OA} = 0 + j \cdot 1 \quad \text{ou} \quad \overrightarrow{OA} = j \text{ (fig. 2)}$$

Effectuons une nouvelle rotation de 90°, *dans le même sens* ; cela revient à le multiplier, à nouveau par *j*. On a donc :

$$\overrightarrow{OA} = j \cdot j = j^2$$

Comme OA a tourné de 180° depuis sa position de départ, on a aussi $\overrightarrow{OA} = -1$.

On peut en conclure que :

$$\boxed{j^2 = -1} \text{ (fig. 2)}$$

La valeur de j ne peut être calculée, car, aucun nombre réel n'a un carré *négatif. La valeur de j est imaginaire,* d'où le nom donné au calcul utilisant l'opérateur j. Seules, les puissances de j ayant des exposants *pairs,* ont une valeur *réelle.*

$$j^4 = j^2 \cdot j^2 = -1 \times -1 = +1 \qquad j^6 = -1 \text{ etc.}$$

Si on fait tourner de 90° le vecteur $j^2 = -1$, on obtient :

$$\overrightarrow{OA} = j^2 \cdot j = -1 \times j = -j$$

Ce vecteur est, en effet, opposé au vecteur j.

Comme on aurait pu obtenir le même résultat en faisant tourner le vecteur d'origine, de 90° dans le sens inverse du sens trigonométrique, on en déduit que *pour faire tourner un vecteur de* 90° *dans le sens inverse du sens trigonométrique, il faut le multiplier par* $-j$.

Si on fait tourner le vecteur $-j$ dans le sens trigonométrique de 90°, on retrouve le vecteur d'origine, en effet,

$$\overrightarrow{OA} = -j \times j = -j^2 = -(-1) = +1$$

OPÉRATIONS SUR LES EXPRESSIONS IMAGINAIRES

Elles se font, en utilisant les mêmes règles que pour l'algèbre classique ; il suffit de remplacer, lorsqu'on les rencontre, les puissances paires de j par leur valeur réelle.

Toute expression imaginaire devra, une fois les calculs effectués se présenter sous la forme :

$$a+jb$$

a s'appelle *la partie réelle* de l'expression.

jb s'appelle *la partie imaginaire* de l'expression.

On vérifiera les résultats suivants :

$$(a+jb)+(a'+jb') = (a+a')+j(b+b') \text{ (fig. 3)}$$

$$(a+jb)(a'+jb') = (aa'-bb')+j(ab'+a'b)$$

$$(a+jb)(a-jb) = a^2+b^2$$

Cette dernière relation est intéressante : *Le produit de deux expressions imaginaires conjuguées est une quantité réelle.*

Elle permet de faire disparaître une expression imaginaire figurant au dénominateur d'une expression, en multipliant les deux membres de l'expression par l'expression conjuguée de celle qui figure au dénominateur.

$$\frac{a+jb}{a'+jb'} = \frac{(a+jb)\ (a'-jb')}{(a'+jb')\,(a'-jb')} = \frac{aa'+bb'}{a^2+b^2} + j\,\frac{a'b-ab'}{a^2+b^2}.$$

Parmi les diverses formes que peut prendre une expression imaginaire, il en est une, dans laquelle on exprime les composantes du vecteur en fonction du *module* et de l'*argument* de ce vecteur.

La composante réelle a est égale à $\rho \cos \varphi$

et la composante imaginaire b, est égale à $\rho \sin \varphi$

L'expression $a+jb$ devient :

$$\rho \cos \varphi + j\rho \sin \varphi = \rho\,(\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

Sous cette forme, le produit de deux expressions imaginaires est une expression imaginaire ayant, pour module, le produit des modules et, pour argument, la somme des arguments ; le quotient de deux expressions imaginaires est une expression imaginaire ayant pour module, le quotient des modules et pour argument la différence des arguments.

$$\rho(\cos\varphi + j\sin\varphi)\cdot\rho'(\cos\varphi' + j\sin\varphi') = \rho\rho'[\cos(\varphi+\varphi') + j\sin(\varphi+\varphi')]$$

$$\frac{\rho(\cos\varphi + j\sin\varphi)}{\rho'(\cos\varphi' + j\sin\varphi')} = \frac{\rho}{\rho'}[\cos(\varphi-\varphi') + j\sin(\varphi-\varphi')].$$

Ce qui vient d'être dit suffit pour tirer parti des possibilités offertes par le calcul imaginaire dans l'étude des circuits électriques alimentés en courant alternatif.

Bien entendu, une expression de la forme : $a+jb$ devra, pour être utilisable, pratiquement, être convertie pour faire apparaître le module et l'argument de la grandeur.

Rappelons que : $\rho^2 = a^2+b^2$ et que tg $\varphi = b/a$.

APPLICATION DU CALCUL IMAGINAIRE AUX CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Dans une bobine de résistance non négligeable devant sa réactance, le courant dans la bobine est en retard de φ sur la tension aux bornes de la bobine.

Soient R et $L\omega$, la résistance et la réactance de la bobine. Prenons la phase de l'intensité comme phase de référence. Si on pouvait séparer R de $L\omega$, la tension aux bornes de R serait en phase avec l'intensité et la tension aux bornes de la réactance en avance de $\pi/2$ sur l'intensité. La tension U aux bornes de la bobine est la somme vectorielle de U_R et U_L.

U_R est la composante réelle de U et U_L en est la composante imaginaire. On a donc $U = U_R+jU_L$.

On déduirait du diagramme des impédances que :

$$Z = R+jL\omega$$

et du diagramme des puissances que :

$$S = P+jQ$$

Pour un circuit composé d'une résistance, en série avec un condensateur, on aurait, en tenant compte du sens de déphasage :

$$U = U_R - j\,U_C$$

$$Z = R + (-j)\frac{1}{C\omega} \quad \text{ou} \quad Z = R - \frac{j}{C\omega} \quad \text{ou} \quad Z = R + \frac{1}{jC\omega}. \text{ (fig. 4)}$$

Pour un circuit composé d'une résistance R en série avec une inductance L et un condensateur de capacité C, on aurait :

$$U = U_R + j\,(U_L - U_C)$$

$$Z = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right). \quad \text{(fig. 5)}$$

Le calcul des modules et des arguments de ces expressions nous donneraient des résultats déjà connus et calculés d'une autre façon, dans l'étude des circuits alimentés en courant alternatif.

Lorsqu'il y a des *éléments réactifs* dans un circuit alimenté en courant alternatif, il y a *déphasage* entre la tension aux bornes du circuit et l'intensité du courant qui le traverse.

Lorsqu'une expression imaginaire ne comporte *pas de partie imaginaire*, c'est que le circuit ne comporte *pas d'éléments réactifs* ou que les effets de ceux-ci se neutralisent (résonance).

Lorsqu'une expression imaginaire ne comporte *pas de partie réelle*, c'est qu'elle correspond à un circuit ne comportant *que des éléments réactifs : inductances ou capacités*. Le déphasage est maximum 90° et son sens dépend de l'élément réactif qui joue le rôle prépondérant : il y a *retard* par rapport à la grandeur prise comme origine des phases, si la partie imaginaire est *négative* ; il y a *avance*, si la partie imaginaire est *positive*.

Si l'expression imaginaire comporte *une partie réelle* et *une partie imaginaire, le déphasage est compris entre* 0 *et* 90° et son sens dépend du *signe* précédant la partie imaginaire.

L'étude d'un circuit se fera comme s'il s'agissait de courant continu ; ce n'est que lorsqu'on abordera le stade de l'application numérique qu'on s'intéressera au type de courant utilisé. S'il s'agit de courant alternatif, on remplacera, dans les formules obtenues, les grandeurs par leur expression imaginaire.

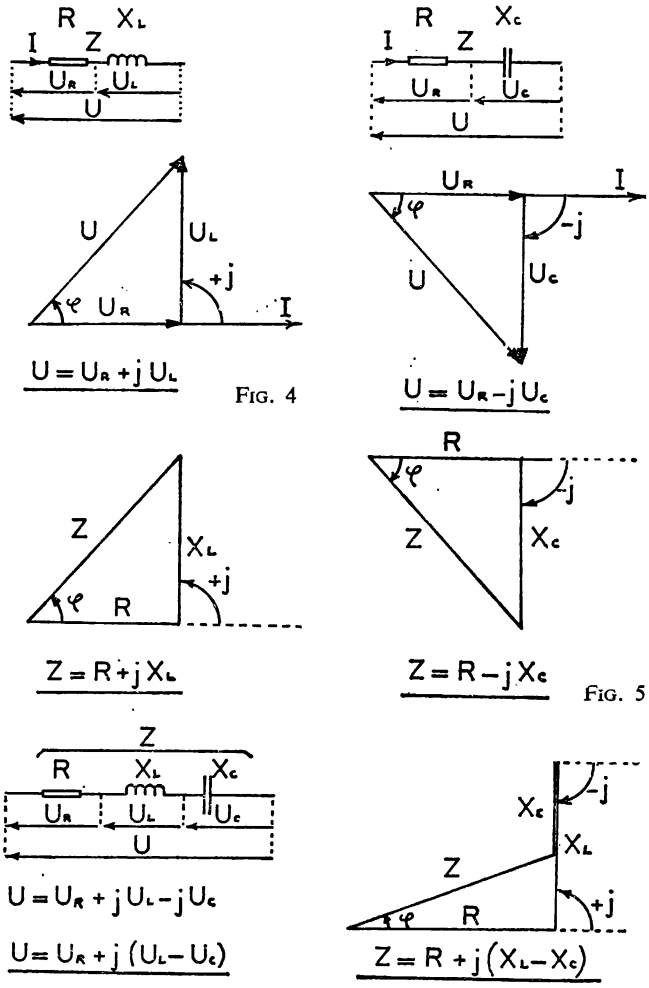


FIG. 4

FIG. 5

FIG. IX-4 et 5. — Ces figures montrent comment on traduit les diagrammes de Fresnel en expressions imaginaires.

Si on exprime les grandeurs vectorielles en langage imaginaire, les lois du courant continu s'appliquent au courant alternatif.

Exemple :

Calculer l'impédance équivalente à deux impédances Z_1 et Z_2

a) lorsque ces deux impédances sont montées, en série,

b) lorsque ces deux impédances sont montées, en parallèle.

Soit : Z l'impédance équivalente au montage, série.

Z' l'impédance équivalente au montage, parallèle.

Traitons le problème, comme s'il s'agissait de courant continu et de résistances.

$$Z = Z_1 + Z_2$$

$$Z' = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}.$$

Il suffit, maintenant, de remplacer Z_1 et Z_2 par leurs expressions imaginaires et d'effectuer les calculs appropriés.

Toute impédance peut se mettre sous la forme :

$Z = R \pm jX$; X représentant la réactance.

Le signe + correspond à une réactance inductive.

Le signe − correspond à une réactance capacitive.

Supposons que Z_1 soit une impédance inductive, ayant une résistance de 5 Ω et une réactance $L\omega = 8\ \Omega$, on aura :

$Z_1 = 5+j8$ qu'on écrit, de préférence $5+8j$.

Cette impédance a un module égal à :

$$|Z_1| = \sqrt{25+64} = 9{,}4\ \Omega$$

Le déphasage qu'elle produit est tel que :

$$\text{tg}\ \varphi_1 = \frac{8}{5} \quad ; \quad \text{ce qui donne :} \quad \varphi_1 = 58°.$$

Un mode d'écriture pratique est le suivant : $Z_1 = 9{,}4/\underline{58°}\ \Omega$. Supposons que Z_1 soit donnée sous cette forme, on trouverait son expression imaginaire, en utilisant la deuxième façon de présenter une expression imaginaire, lorsqu'on connaît son module et son argument.

On trouverait :

$$9{,}4 \cos 58° = 5$$

$$9{,}4 \sin 58° = 8$$

L'impédance Z_2 sera supposée être capacitive, avec les valeurs suivantes :

$$R_2 = 3\ \Omega \quad \text{et} \quad X_C = 4\ \Omega$$

On trouvera, comme expression de Z_2 :

$$Z_2 = 3-j4, \text{ qu'on écrira : } 3-4j$$

On peut, maintenant, calculer Z.

$$Z = Z_1+Z_2 = (5+8j)+(3-4j) = 8+4j$$

Il faut calculer le module et l'argument de Z.

$$|Z| = \sqrt{64+16} = 9\ \Omega, \text{ environ}$$

$$\text{tg}\ \varphi = \frac{4}{8} = 0{,}5 \ ; \quad \varphi = 27°, \text{ environ}$$

$$Z = 9/\underline{27°}\ \Omega .$$

La partie imaginaire de Z étant *positive*, on en conclut que le circuit sera *inductif* (U en avance sur I).

b) *Calcul de Z'*

Calculons, d'abord, le produit $Z_1 Z_2$, en appliquant la formule donnant le produit de deux expressions imaginaires.

$$Z_1 Z_2 = (5+8j)(3-4j) = (15+32)+j(-20+24) = 47+4j$$

Divisons ce produit par la somme, déjà calculée.

$$Z' = \frac{47+4j}{8+4j} .$$

Pour avoir une quantité réelle, au dénominateur, nous allons multiplier les deux membres du quotient, par la quantité conjuguée du dénominateur $8-4j$.

$$Z' = \frac{(47+4j)(8-4j)}{64+16} = \frac{(47+4j)(4(2-j)}{80} = \frac{(47+4j)(2-j)}{20}$$

$$Z' = \frac{(94+4)+j(-47+8)}{20} = 4{,}9-1{,}95j.$$

Cette impédance est capacitive, car, la partie imaginaire est négative.

Il nous faut calculer le module et l'argument de Z'.

$$|Z'| = \sqrt{23+3{,}8} = 5{,}17\,\Omega$$

$$\text{tg}\,\varphi' = \frac{-1{,}95}{4{,}9} = -0{,}25 \qquad \text{d'où :} \qquad \varphi' = -13°$$

$$Z' = 5{,}17/\underline{-13°}\,\Omega .$$

Le courant total sera *en avance* sur la tension.

Ces résultats peuvent être pressentis ; dans un montage de série, c'est l'impédance qui a la plus grande valeur qui joue le rôle prépondérant, soit l'impédance inductive Z_1 ; dans un montage en parallèle, au contraire, c'est l'impédance la plus faible qui joue le rôle prépondérant, soit l'impédance capacitive Z_2.

Cet exemple montre une étude de circuits, par le calcul imaginaire ; si les calculs que nous pourrons avoir à faire sont, souvent, longs et fastidieux, ils ne feront pas appel à des difficultés supérieures à celles que nous avons rencontrées, au cours de cet exemple.

Nous allons, maintenant, étudier les lois, théorèmes et principes qui seront utilisés au calcul des circuits.

THÉORÈMES DE THEVENIN ET DE NORTON

Ils ont déjà été étudiés, à propos des circuits alimentés en courant continu ; ils restent valables pour les circuits alimentés en courant alternatif, à condition de remplacer les tensions, intensités, impédances, par leur valeur en notation imaginaire.

THÉORÈME DE KENNELY. (Transformation : **Etoile-Triangle**)

On simplifie, souvent, l'étude d'un circuit, en remplaçant trois résistances ou trois impédances, montées en triangle, par trois résistances ou impédances, montées en étoile et donnant un résultat équivalent à celui du montage en triangle.

On peut, également, avoir à remplacer un montage en étoile par le montage en triangle équivalent (fig. 6).

Nous allons traiter le problème, comme s'il s'agissait de courant continu, puisque l'utilisation des notations imaginaires nous permet d'utiliser les résultats obtenus, en courant alternatif.

Nous désignerons par Z_1, Z_2, Z_3, les impédances qui dans le montage étoile, aboutissent aux pôles 1, 2 et 3 ; par Z_{12}, l'impédance qui, dans le montage triangle est placée entre les pôles 1 et 2 ; les deux autres impédances seront désignées, respectivement, par Z_{23} et Z_{31}.

Le problème consiste à calculer Z_1, Z_2 et Z_3, en fonction de Z_{12}, Z_{23} et Z_{31} et réciproquement.

Ecrivons que les impédances, vues entre deux pôles, sont égales dans les deux montages.

a) Entre les pôles 1 et 2.

Etoile Z_1+Z_2 Triangle $Z_{12} /\!/ (Z_{23}+Z_{31})$

$$Z_1+Z_2=\frac{Z_{12}(Z_{23}+Z_{31})}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}}. \tag{1}$$

b) Entre les pôles 2 et 3.

$$Z_2+Z_3=\frac{Z_{23}(Z_{31}+Z_{12})}{Z_{23}+Z_{31}+Z_{12}}. \tag{2}$$

c) Entre les pôles 3 et 1.

$$Z_3+Z_1=\frac{Z_{31}(Z_{12}+Z_{23})}{Z_{31}+Z_{12}+Z_{23}}. \tag{3}$$

En ajoutant les expressions (1) et (3) et en retranchant, de cette somme, l'expression (2), on trouve $2Z_1$. On en tire la valeur de Z_1 et, par permutations circulaires, les valeurs de Z_2 et de Z_3.

$$Z_1=\frac{Z_{31}\cdot Z_{12}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}} \qquad Z_2=\frac{Z_{12}\cdot Z_{23}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}} \qquad Z_3=\frac{Z_{23}\cdot Z_{31}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}}.$$

L'impédance, aboutissant à un pôle, est égale au produit des impédances du triangle, aboutissant à ce pôle, divisé par la somme des impédances du triangle.

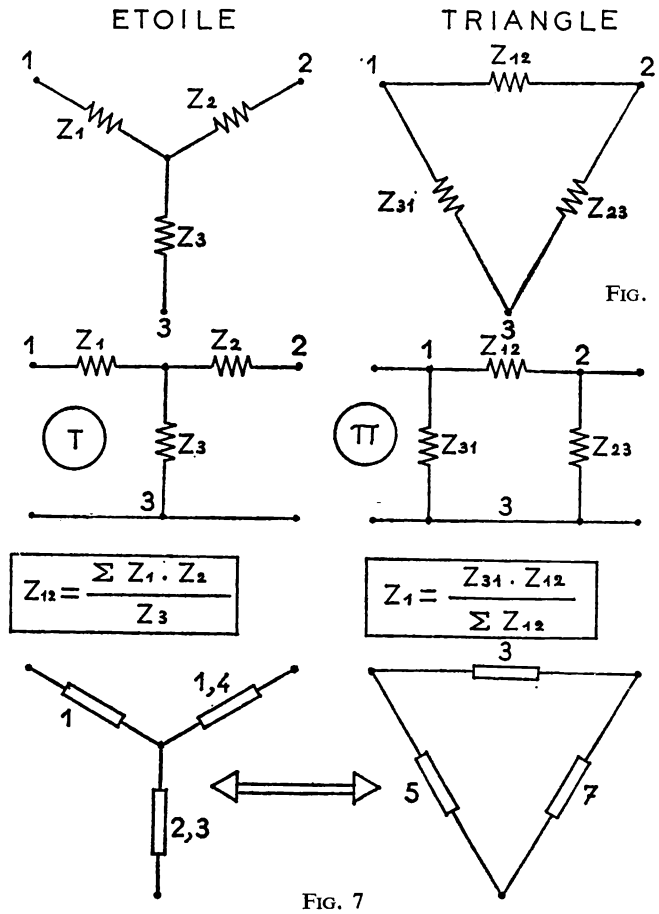


FIG. 6

FIG. IX-6 et 7. — Il est possible de transformer un circuit en « étoile » en un circuit en « triangle » équivalent, grâce au théorème de Kennely. La transformation d'un circuit en « triangle » en circuit en « étoile », équivalent, est la plus utilisée.

Le circuit en T est identique au circuit en « étoile » et le circuit en π est identique au circuit en « triangle » ; seule la présentation change.

FIG. 7

Ces formules nous permettent de trouver l'étoile équivalente à un triangle. Pour résoudre le problème du passage de l'étoile au triangle équivalent, nous allons calculer les produits tels que $Z_1 Z_2$ et faire la somme de ces produits :

$$Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23} \cdot Z_{31}}{(Z_{12} + Z_{23} + Z_{31})} .$$

En divisant cette somme par l'expression donnant Z_3 on trouve Z_{12}.

$$Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1}{Z_3} .$$

Par une permutation circulaire, on obtiendrait Z_{23} et Z_{31}.

L'impédance, joignant deux pôles d'un triangle, est égale à la somme des produits des impédances de l'étoile, prises deux à deux, divisée par l'impédance aboutissant au troisième pôle.

On donne les formules de transformation, sous la forme condensée ci-dessous :

$$Z_1 = \frac{Z_{31} \cdot Z_{12}}{\Sigma Z_{12}} \qquad Z_{12} = \frac{\Sigma Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}$$

Le circuit en étoile peut se présenter sous le forme d'un circuit en *T*, et le circuit en triangle, sous la forme d'un circuit en π.

Les formules données, ci-dessus, sont, donc, valables pour la transformation d'un *T* en π.

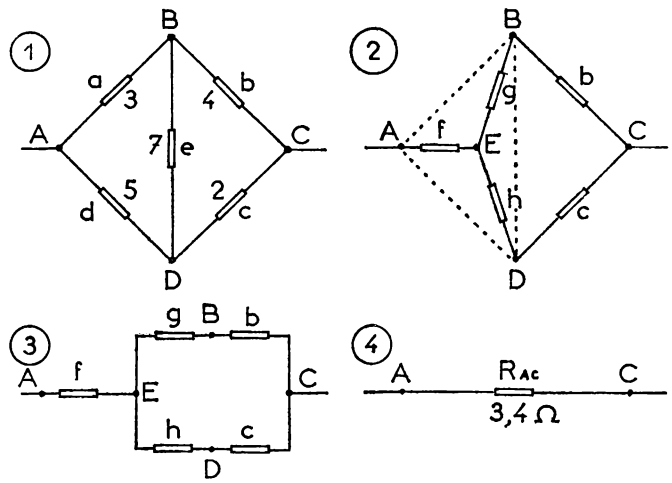


FIG. IX-8. — Exemple de transformation : triangle-étoile équivalente pour calculer l'impédance d'un circuit en pont.

Exemple de transformation de triangle en étoile

Un circuit, en pont, est composé de cinq résistances :

$$a = 3\,\Omega ; \quad b = 4\,\Omega ; \quad c = 2\,\Omega ; \quad d = 5\,\Omega ; \quad e = 7\,\Omega ;$$

Calculer la résistance équivalente à ce circuit.

Remplaçont le triangle formé par les résistances *a*, *e* et *d* par une étoile équivalente, formée des résistances *f*, *g* et *h*.

Les formules de transformation nous donnent :

$$f = \frac{a \cdot d}{a+d+e}\,;\; g = \frac{e \cdot a}{a+d+e}\,;\; h = \frac{d \cdot e}{a+d+e}$$

$$a+d+e = 3+5+7 = 15\ \Omega$$

$$f = \frac{3\times 5}{15} = 1\ \Omega\,;\; g = \frac{7\times 3}{15} = 1{,}4\ \Omega\,;\; h = \frac{5\times 7}{15} = 2{,}33\ \Omega\,.$$

Retraçons le circuit, en remplaçant le triangle par l'étoile équivalente ; nous voyons que g et b sont en série, h et c sont en série, que ces deux ensembles sont en parallèle, la résistance f est, en série avec l'ensemble des quatre résistances.

$$g+b = 1{,}4+4 = 5{,}4\ \Omega\,;\; h+c = 2{,}33+2 = 4{,}33\ \Omega$$

$$(g+b)\,/\!/\,(h+c) = \frac{5{,}4\times 4{,}33}{5{,}4+4{,}33} = 2{,}4\ \Omega\,.$$

La résistance du circuit en pont est :

$$1+2{,}4 = 3{,}4\ \Omega \qquad \text{(fig. 8)}$$

Remarque :

Au lieu de considérer les impédances du triangle et de l'étoile, considérons les admittances qui, rappelons-le, sont les grandeurs inverses des impédances. Nous trouvons, alors, que *la formule qui donne* Z_1, Z_2 ou Z_3, *dans la transformation triangle-étoile, est semblable à celle qui donne les admittances* Y_{12}, Y_{23} *et* Y_{31}, *dans la transformation étoile-triangle.*

Il suffit de remplacer Z_{12} par $1/Y_{12}$ et Z_1, Z_2 et Z_3 respectivement par $1/Y_1$, $1/Y_2$ et $1/Y_3$, pour obtenir :

$$Y_{12} = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{Y_1+Y_2+Y_3} \text{ ou, sous forme condensée : } \boxed{Y_{12} = \frac{Y_1 \cdot Y_2}{\Sigma Y_1}}$$

(Principe de dualité).

LOIS DES MAILLES ET DES NŒUDS

Nous avons déjà utilisé ces lois, dans l'étude des circuits en courant continu ; cependant, nous allons revoir cette étude afin de rendre la méthode plus systématique.

Un circuit complexe peut se décomposer en un certain nombre de *mailles*, c'est-à-dire, de *circuits fermés* ; composés, uniquement, d'éléments, *en série.*

La figure 9 représente un circuit complexe dans lequel il est possible de distinguer 6 mailles : les mailles 1, 2, 3 ; une maille englobant 1 et 2 ; une maille englobant 2 et 3 ; enfin, une maille englobant 1, 2 et 3. Mais, ces mailles ne sont pas indépendantes ; il suffit de considérer les mailles 1, 2 et 3, pour résoudre les problèmes relatifs à ce circuit.

Si on connaît les tensions E_1 et E_2, ainsi que les valeurs des 6 impédances, on peut trouver les courants I_1, I_2 et I_3, ainsi que les tensions entre A et D et entre B et C.

Appliquons, aux trois mailles, les lois de Kirchhoff, après avoir choisi un sens de parcours des mailles et un sens arbitraire pour les courants.

Ecrivons que : $E - \Sigma ZI = 0$ ou que $E = \Sigma ZI$.

Maille 1 : $E_1 = Z_1 I_1 + Z_5(I_1 - I_3)$ (fig. 10).

Maille 2 : $E_2 = Z_3 I_2 + Z_6(I_2 + I_3)$

Maille 3 : $0 = Z_2 I_3 + Z_6(I_2 + I_3) + Z_4 I_3 + Z_5(I_3 - I_1)$

Ces équations peuvent se mettre sous la forme :

$$E_1 = (Z_1+Z_5)I_1 - Z_5 I_3$$
$$E_2 = (Z_3+Z_6)I_2 + Z_6 I_3$$
$$0 = -Z_5 I_1 + Z_6 I_2 + (Z_2+Z_4+Z_5+Z_6)I_3$$

Ecrivons des équations générales dont nous identifierons les termes avec ceux des équations obtenues ci-dessus.

$$E_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3$$
$$E_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3$$
$$E_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3$$

Le premier chiffre de l'indice affecté à chacune des impédances correspond au numéro de la maille intéressée. En identifiant les deux groupes d'équations, nous trouvons :

$$Z_{11} = Z_1+Z_5 \qquad Z_{22} = Z_3+Z_6 \qquad Z_{33} = Z_2+Z_4+Z_5+Z_6$$
$$Z_{12} = 0 \qquad Z_{23} = Z_6 \qquad Z_{13} = -Z_5$$
$$Z_{21} = 0 \qquad Z_{32} = Z_6 \qquad Z_{31} = -Z_5$$

$E_3 = 0$ (pas de générateur dans la maille 3).

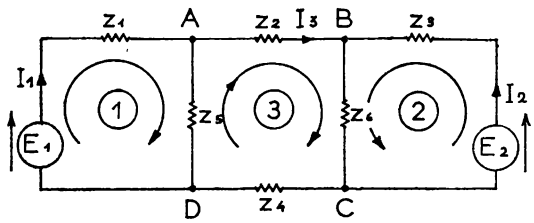


FIG. 9

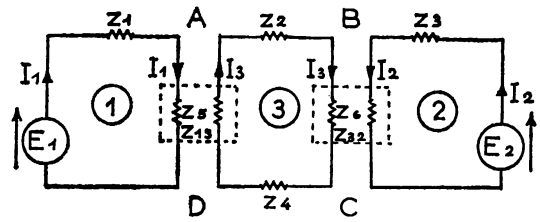


FIG. 10

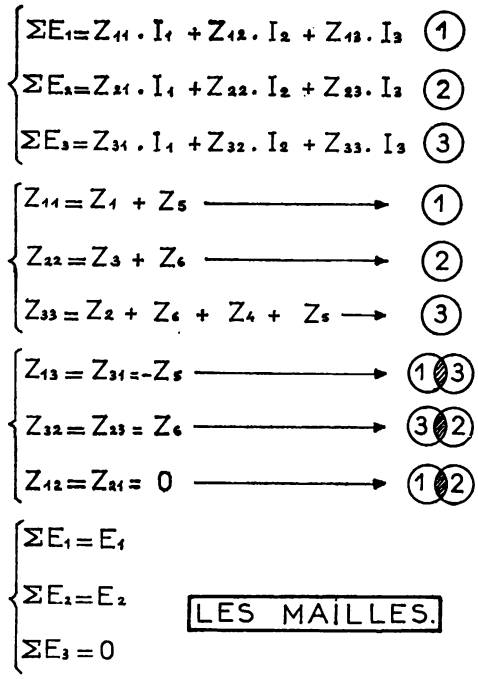


FIG. IX-9 et 10. — Application de la loi des mailles à l'étude d'un circuit complexe. On forme des mailles « indépendantes » et on écrit que pour chaque maille, la somme algébrique des tensions est nulle (première loi de Kirchhoff). On aboutit à un système d'équations générales qui permet le calcul des courants.

Nous pouvons faire les remarques suivantes :

1. les impédances dont l'indice est composé de deux chiffres identiques représentent l'impédance totale de la maille correspondante. (Z_{11} représente la somme des impédances de la maille 1).

2. les impédances dont l'indice se compose de deux chiffres différents sont les impédances communes aux mailles correspondant à ces deux chiffres ; (Z_{32} impédance commune aux mailles 3 et 2).

3. les impédances dont les indices ne diffèrent que par l'ordre des chiffres sont égales ($Z_{12} = Z_{21}$).

4. l'impédance commune à deux mailles est positive si elle est parcourue par des courants de même sens, négative dans le cas contraire. (Z_{13} est négative car les courants I_1 et I_3 circulent en sens inverse l'un de l'autre).

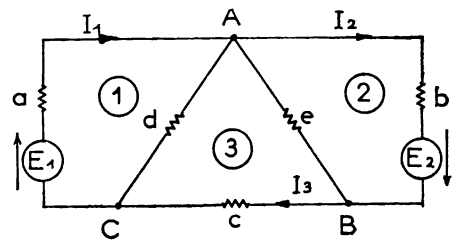
L'application systématique de ces règles permettra d'obtenir, rapidement, à partir des équations générales, le système d'équations propre au circuit étudié.

Ce système sera résolu par les méthodes mathématiques appropriées et les grandeurs seront remplacées par leur valeur s'il s'agit de courant continu, par leur expression imaginaire s'il s'agit de courants alternatifs de même fréquence.

Exemple

Soit le circuit de la figure 11 ; les valeurs des impédances sont les suivantes, avec les sens de courant choisis :

$$Z_{11} = a+d \qquad Z_{22} = b+e \qquad Z_{33} = e+c+d$$
$$Z_{12} = Z_{21} = 0 \qquad Z_{23} = Z_{32} = -e \qquad Z_{31} = Z_{13} = -d$$
$$E_3 = 0$$
$$E_1 = (a+d)I_1 - dI_3$$
$$E_2 = (b+e)I_2 - eI_3$$
$$0 = -dI_1 - eI_2 - (e+c+d)I_3$$



$$\begin{cases} Z_{11} = a + d \\ Z_{22} = b + e \\ Z_{33} = e + c + d \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{12} = Z_{21} = 0 \\ Z_{23} = Z_{32} = -e \\ Z_{31} = Z_{13} = -d \end{cases}$$

FIG. IX-11. — Exemple d'étude d'un circuit par la méthode des mailles indépendantes.

Il ne reste plus qu'à résoudre le système.

On pourra prendre la phase de E_1 comme phase de référence. Si E_2 n'est pas en phase avec E_1, elle se présentera sous forme imaginaire, par exemple :

$$E_2 = 10(\cos 60° + j \sin 60°) = 5 + 8{,}66j$$

Dans ce cas, E_2 est en avance de 60° sur E_1.

Supposons que les impédances soient :

a : une résistance de 7 Ω ;

b : une bobine ayant une résistance de 2 Ω et une inductance de 5 mH ;

c : une résistance de 15 Ω ;

d : un condensateur ayant une capacité de 250 μF ;

e : une résistance de 3 Ω en série avec un condensateur ayant une capacité de 100 μF.

et que la pulsation des courants soit 1 000 rad/s.

En notation imaginaire, les impédances auront les valeurs suivantes :

$a = 7$

$b = 2+5j$ $\qquad (X_L = 5 \cdot 10^{-3} \times 1\,000 = 5\ \Omega)$

$c = 15$

$d = -4j$ $\qquad (X_C = 1/(250 \cdot 10^{-6} \times 1\,000) = 4\ \Omega)$

$e = 3-10j$ $\qquad (X_C = 1/(100 \cdot 10^{-6} \times 1\,000) = 10\ \Omega).$

Après avoir porté ces valeurs dans les expressions des courants, effectué les opérations nécessaires, les courants se présenteront sous la forme $a+jb$; il faudra les mettre sous une forme utilisable en calculant, pour chacun d'eux, la valeur de l'intensité (module) et le déphasage par rapport à E_1 (argument).

MÉTHODE DES NŒUDS

La méthode des mailles indépendantes est une variante de la première loi de Kirchhoff relative aux tensions dans un circuit fermé. Il est possible de faire le calcul d'un circuit en utilisant une méthode dérivée de la deuxième loi de Kirchhoff relative aux nœuds de courant.

A un nœud de courant, la somme algébrique des courants est nulle, la somme des courants arrivant au nœud étant égale à la somme des courants qui s'en éloignent.

Lorsqu'il s'agit de courants, il est naturel de penser à remplacer les générateurs de tension par des générateurs de courant et les impédances par des admittances, afin de retrouver des formules analogues à celles qui sont utilisées lorsqu'il s'agit de tensions.

La loi d'Ohm $U = ZI$ se transforme en $I = YU$.

Pour transformer un générateur de tension en générateur de courant, il faut savoir que le courant constant du générateur de courant est le courant de court-circuit du générateur de tension et que ce courant se partage entre la résistance intérieure et la charge du générateur.

La figure 13 représente un circuit analogue à celui qui a été étudié par la méthode des mailles.

On peut considérer que Z_1 est l'impédance interne du générateur de tension E_1 ; son courant de court-circuit serait :

$$I_{cc} = E_1/Z_1 = E_1 Y_1$$

(Un court-circuit entre A et D éliminerait le reste du circuit).

La charge est représentée par la portion de circuit placée entre A et D. Y_1 va, donc, se trouver en // avec ce circuit dont nous allons remplacer les impédances par les admittances correspondantes ($Y = 1/Z$) et le générateur E_2 par le générateur de courant équivalent $E_2 Y_3$.

Nous obtenons le circuit de la figure 14 qui devient celui de la figure 15, en rassemblant les admittances.

Nous choisissons des sens arbitraires de courant ; mais, nous devrons tenir compte du fait que le courant conventionnel circule du potentiel le plus élevé vers le potentiel le plus faible.

Nous prendrons le potentiel du nœud D, comme potentiel de référence (potentiel 0) et nous désignerons par :

U_A le potentiel du nœud A, par rapport au nœud D

U_B ..... B .....

U_C ..... C .....

Nous allons écrire que la somme algébrique des courants relatifs à un nœud, autre que celui choisi comme référence, est nulle. Cela revient à écrire que la somme des courants qui arrivent au nœud est égale à la somme de ceux qui s'en éloignent.

L'expression d'un courant dépend du sens de la tension qui le produit. Ainsi, le courant qui circule dans Y_6 et Y_3, de B vers C, d'après le sens arbitraire adopté, implique que $U_B - U_C$ soit positive. Il sera égal à :

$$(Y_3 + Y_6)(U_B - U_C).$$

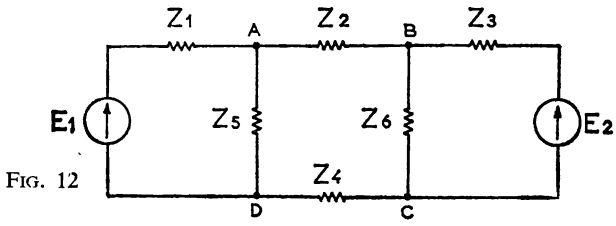


FIG. 12

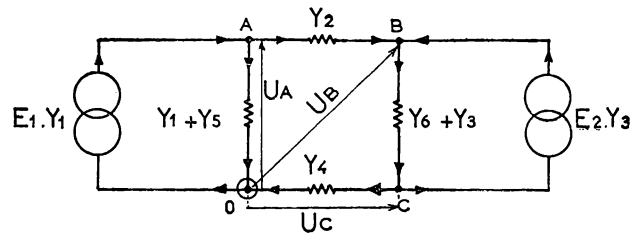


FIG. 14

FIG. 13

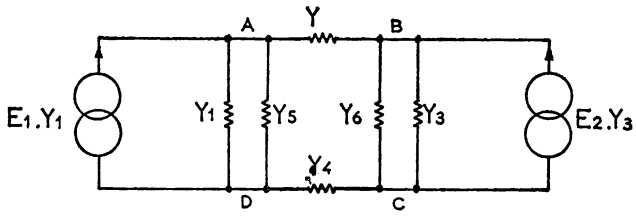


FIG. IX-12, 13 et 14. — Etude d'un circuit complexe par la méthode des «nœuds» (deuxième loi de Kirchhoff). On aboutit à un système d'équations générales dans lesquelles figurent les admittances et qui permet le calcul des tensions.

Au nœud A, le courant du générateur $E_1 Y_1$ arrive au nœud ; les courants dans Y_2 et $Y_1 + Y_5$ s'en éloignent.

Avec le sens choisi, le courant dans Y_2 a pour valeur $Y_2(U_A - U_B)$.

Avec le sens choisi, le courant dans la branche AO vaut : $(Y_1 + Y_5)U_A$.

On peut écrire que l'on a $E_1 Y_1 = Y_2(U_A - U_B) + (Y_1 + Y_5)U_A$.

Au nœud B, le courant du générateur 2 arrive au nœud, le courant dans Y_2, également ; par contre, le courant dans la branche BC s'en éloigne. On peut écrire :

$$E_2 Y_3 + Y_2(U_A - U_B) = (Y_3 + Y_6)(U_B - U_C)$$

$$E_2 Y_3 = Y_2(U_B - U_A) + (Y_3 + Y_6)(U_B - U_C) \qquad -(U_A - U_B) = U_B - U_A$$

Au nœud C, le courant du générateur 2 et le courant circulant dans Y_4 s'éloignent du nœud, alors que le courant de la branche BC s'en approche. On a la relation :

$$(Y_6 + Y_3)(U_B - U_C) = E_2 Y_3 + Y_4 U_C$$

$$-E_2 Y_3 = (Y_6 + Y_3)(U_C - U_B) + Y_4 U_C \qquad -(U_B - U_C) = U_C - U_B$$

Nœud A : $E_1 Y_1 = (Y_1 + Y_5)U_A + Y_2(U_A - U_B)$

Nœud B : $E_2 Y_3 = Y_2(U_B - U_A) + (Y_6 + Y_3)(U_B - U_C)$

Nœud C : $-E_2 Y_3 = (Y_6 + Y_3)(U_C - U_B) + Y_4 U_C$

Ce système peut s'écrire :

$$E_1 Y_1 = (Y_1 + Y_5 + Y_2)U_A - Y_2 U_B$$

$$E_2 Y_3 = -Y_2 U_A + (Y_2 + Y_6 + Y_3)U_B - (Y_6 + Y_3)U_C$$

$$-E_2 Y_3 = -(Y_6 + Y_3)U_B + (Y_6 + Y_3 + Y_4)U_C$$

Formons un système d'équations générales de la forme suivante :

$$E_1 Y_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2 + Y_{13} U_3$$

$$E_2 Y_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2 + Y_{23} U_3$$

$$E_3 Y_3 = Y_{31} U_1 + Y_{32} U_2 + Y_{33} U_3$$

En identifiant les deux systèmes, nous trouvons :

$$Y_{11} = Y_1 + Y_5 + Y_2 \qquad Y_{22} = Y_2 + Y_6 + Y_3 \qquad Y_{33} = Y_6 + Y_3 + Y_4 \qquad E_3 Y_3 = -E_2 Y_3$$

$$Y_{12} = -Y_2 \qquad Y_{13} = 0 \qquad Y_{23} = -(Y_6 + Y_3) \qquad E_2 Y_2 = E_2 Y_3$$

$$Y_{21} = -Y_2 \qquad Y_{31} = 0 \qquad Y_{32} = -(Y_6 + Y_3)$$

Nous avons fait correspondre les indices 1, 2, 3, aux indices *A*, *B*, *C*.

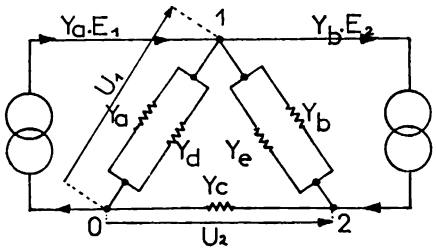
Nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

L'admittance dont l'indice est formé de deux chiffres identiques représente la somme des admittances aboutissant au nœud correspondant. (Y_{22} somme des Y, aboutissant au nœud B).

L'admittance, dont l'indice se compose de deux chiffres différents, représente l'admittance totale placée entre les deux nœuds correspondant aux chiffres de l'indice, *précédée du signe* $-$. (Y_{23} somme des Y, reliant les nœuds B (2) et C (3)). L'ordre des chiffres de l'indice ne modifie pas la valeur de l'admittance correspondante ($Y_{23} = Y_{32}$).

La figure 13 bis, représente le circuit de la figure 12 transformé pour être traité par la méthode des nœuds, ainsi que les résultats tirés des considérations ci-dessus.

En vue d'une application numérique, on calculera les expressions imaginaires des admittances en partant de la relation $Y = 1/Z$.



$$Y_{11} = Y_a + Y_d + Y_b + Y_e$$

$$Y_{22} = Y_b + Y_e + Y_c$$

$$Y_{12} = -(Y_b + Y_e)$$

FIG. IX-15. — Exemple d'application de la méthode des nœuds.

Avec les valeurs numériques choisies pour l'exemple de la figure 11, on trouve pour les admittances :

$Y_a = 1/7$ A/V

$Y_b = 1/(2+5j) = (2-5j)/29$ A/V

$Y_c = 1/15$ A/V

$Y_d = 1/-4j = 0{,}25j$ A/V

$Y_e = 1/(3-10j) = (3+10j)/109$ A/V

La méthode des nœuds et la méthode des mailles indépendantes permettent d'arriver, rapidement, à l'écriture du système d'équations propre à la résolution des problèmes posés à propos d'un circuit complexe. La partie, proprement électrique, se limite à l'écriture des équations ; la partie mathématique qui concerne la résolution du système est souvent longue et fastidieuse et sort du domaine de cet ouvrage.

Lorsqu'une branche du circuit est, seule, intéressée, l'application du théorème de Thévenin permet, en général, d'arriver plus rapidement au résultat recherché.

THÉORÈME DE SUPERPOSITION

Dans un circuit à éléments linéaires, comprenant plusieurs générateurs, le courant dans une branche quelconque du circuit est la somme des courants que chaque générateur, supposé seul en circuit, ferait passer dans cette branche du circuit, les autres générateurs étant réduits à leur impédance interne.

Nous avons donné, à propos de l'étude des générateurs, au chapitre IV, un exemple vérifiant ce théorème.

THÉORÈME DE RÉCIPROCITÉ

Si, dans une branche d'un circuit complexe, un générateur, placé dans une autre branche, fait passer un certain courant, on obtient, en transportant le générateur dans cette branche, le même courant dans la branche où se trouvait

le générateur, à condition que les impédances des deux branches n'aient pas été modifiées par la transformation effectuée.

Dans un pont équilibré, l'équilibre subsiste si on permute le générateur et le détecteur de zéro.

DIPOLES ET QUADRIPOLES

Un « dipôle » est un circuit ou réseau qui n'a que deux bornes de sortie : ses pôles.

Un « quadripôle » a quatre bornes de sortie. Le plus souvent, le quadripôle est un « tripôle » ; car, deux des bornes de sortie sont reliées entre elles, par un court-circuit.

Les dipôles ou quadripôles sont dits *passifs*, lorsqu'ils ne contiennent aucun générateur ou élément amplificateur (ce qui est évident, car, tout élément amplificateur n'est actif que s'il reçoit de l'énergie d'un générateur).

Ils ne comprennent que des résistances, des inductances et des capacités.

Ils sont dits *linéaires*, s'ils ne contiennent pas d'éléments variables avec l'intensité ou avec la tension tels que : inductances à noyau ferromagnétique, résistances variables avec la tension (V.D.R.) ou avec la température (C.T.N. ou C.T.P.).

Lorsque les dipôles ou quadripôles contiennent des générateurs ou des éléments amplificateurs tels que tubes ou transistors, ils sont dits *actifs*.

Un circuit, R et C en série, branché entre deux bornes est un dipôle passif linéaire.

Si on l'alimente entre ces deux bornes et qu'on utilise la tension aux bornes de R, le circuit devient un quadripôle. Une borne est commune à l'entrée et à la sortie.

Dans un quadripôle, on distingue deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie et en général, les puissances, les tensions et les intensités sont différentes à l'entrée et à la sortie.

Le circuit est amplificateur de puissance, si la puissance recueillie à la sortie est supérieure à celle qui a été appliquée à l'entrée ; dans ce cas, c'est, obligatoirement, un circuit « actif ». Un circuit « passif » est, en général, un circuit « atténuateur » ; car, s'il contient des résistances, de l'énergie y est perdue par « effet Joule ». (Les éléments L et C, ne consomment pas d'énergie active).

AMPLIFICATION OU GAIN

Il est bon de savoir ce qu'on entend par amplification de puissance.

Un système amplificateur est attaqué par une source de courant électrique provenant, en général, d'un capteur qui transforme, en énergie électrique, une autre forme d'énergie (mécanique, lumineuse, sonore, etc.). Cette énergie est faible et il faut l'amplifier c'est-à-dire, obtenir à la sortie un signal électrique semblable à celui d'entrée mais possédant une énergie plus grande.

Le principe de la conservation de l'énergie interdit à une faible énergie de devenir grande ; mais, *l'amplification consiste à commander une source d'énergie importante à l'aide d'une énergie faible*. Si on peut mettre en marche un turbo-alternateur fournissant une puissance de 600 MW, en appuyant sur un bouton, c'est qu'entre le bouton de commande, dont la manœuvre exige une très faible énergie, et la machine commandée, il existe toute une chaîne d'amplification.

Dans un amplificateur électronique, c'est la source d'alimentation de l'amplificateur qui fournit l'énergie de sortie ; mais le débit de la source est commandé par la faible énergie fournie par le capteur. Le capteur joue le rôle d'un robinet qui commande le débit d'une tuyauterie.

AMPLIFICATION DE PUISSANCE D'UN AMPLIFICATEUR

Un amplificateur peut se représenter sous les formes suivantes :

Un quadripôle avec deux bornes d'entrée entre lesquelles existe une résistance d'entrée, égale au quotient de la tension d'entrée U_e, appliquée entre les bornes d'entrée, par l'intensité du courant d'entrée I_e qu'elle produit.

$$(R_e = U_e/I_e).$$

Le circuit interne aboutissant aux bornes de sortie peut être représenté soit par *un générateur à tension constante* de f.é.m. $A_{v_0}\ U_e$ et de résistance intérieure R_s, soit par *un générateur à courant constant* $A_{i_0} \cdot I_e$ en parallèle avec sa résistance intérieure R_s.

A_{v_0} est l'amplification de tension, à circuit de sortie ouvert, de l'amplificateur et A_{i_0} l'amplification d'intensité, à sortie en court-circuit, de l'amplificateur (fig. 3 et 4 page 135).

L'amplificateur débite sur une résistance d'utilisation R_u placée entre les bornes de sortie.

Nous supposerons que l'amplificateur ne produit pas de déphasage, sinon, il faudrait faire intervenir, pour le calcul de la puissance de sortie, le facteur de puissance.

Un amplificateur est caractérisé, avant tout, par son amplification de puissance qui est le rapport entre la puissance recueillie sur la charge de sortie R_u et la puissance fournie à l'entrée.

$$A_p = P_s/P_e$$

Il est courant de désigner par « gain en puissance » le rapport A_p exprimé en décibels, bien que le terme « gain » soit le plus souvent employé à la place du terme « amplification ».

Le gain en puissance est, lorsqu'il est exprimé en décibels (dB), égal à 10 fois le logarithme décimal de A_p.

Si $A_p = 100$, le gain en puissance G_p est égal à 20 dB.

L'amplification de puissance d'un amplificateur est égale à :

$$A_p = \frac{U_s \cdot I_s}{U_e \cdot I_e}.$$

Si l'amplificateur ne produit pas de déphasage, on a en effet :

$$P_s = U_s I_s \quad \text{et} \quad P_e = U_e I_e$$

Le rapport $A_v = U_s/U_e$ est appelé « l'amplification de tension » de l'amplificateur (ou : gain en tension G_t)

Le rapport $A_i = I_s/I_e$ est appelé « l'amplification d'intensité » ou « de courant de l'amplificateur (ou gain en intensité G_i).

On voit que l'amplification de puissance est le produit de l'amplification de tension par l'amplification de courant.

$$A_p = A_v A_i$$

L'un ou l'autre de ces facteurs peut être inférieur à 1 ; aussi, l'examen de la valeur d'un seul de ces deux facteurs ne peut-il suffire à juger le pouvoir amplificateur. Il faut examiner, conjointement, les impédances de sortie et d'entrée.

On peut exprimer P_s et P_e, soit en fonction des tensions et des impédances, soit en fonction des courants et des impédances :

$$P_e = R_e \cdot I_e^2 \quad \text{ou} \quad \frac{U_e^2}{R_e},$$

$$P_s = R_u \cdot I_s^2 \quad \text{ou} \quad \frac{U_s^2}{R_u}.$$

L'amplification de puissance peut, alors, s'exprimer en fonction des impédances d'entrée et de sortie et des amplifications de tension ou de courant A_v et A_i

$$A_p = \frac{P_s}{P_e} = A_v^2 \frac{R_e}{R_u} \quad \text{ou} \quad A_i^2 \frac{R_u}{R_e}.$$

Si on exprime A_p en décibels, on a :

$$G_p = 20 \log A_v + 10 \log \frac{R_e}{R_u} \quad \text{ou} \quad 20 \log A_i + 10 \log \frac{R_u}{R_e}.$$

Les amplifications A_v et A_i peuvent être déduites des amplifications A_{v_0} et A_{i_0}, en utilisant les formules relatives aux diviseurs de tension et de courant.

$$A_v = A_{v_0} \frac{R_u}{R_s + R_u} \quad \text{et} \quad A_i = A_{i_0} \frac{R_s}{R_s + R_u}.$$

Le calcul de A_p, à partir de A_v ou de A_i et des impédances d'entrée et de sortie, présente un grand intérêt pratique.

La mesure directe des faibles puissances à l'aide d'un wattmètre est, pratiquement, impossible. Par contre, il est facile de mesurer de faibles tensions alternatives, sinon de faibles courants alternatifs. La mesure des impédances ne présente aucune difficulté. On peut, donc, à partir de mesures de tensions et d'impédances, calculer l'amplification et le gain de puissance.

L'évaluation des gains de puissance en dB permet d'utiliser les propriétés des logarithmes, notamment celle de transformer un produit de nombres, en une somme de leurs logarithmes.

Le gain global d'un amplificateur sera la somme des gains de chacun de ses étages, si les gains sont exprimés en dB.

Nous allons donner quelques exemples pratiques de calculs de gains de puissance.

EXEMPLES

1° Pour obtenir d'un amplificateur à tubes électroniques une tension de sortie de 2 V, aux bornes d'une charge R_u, égale à 2,5 Ω, il faut appliquer, aux bornes de sa résistance d'entrée de 500 kΩ, une tension de 0,5 V.

Quel est le gain de puissance de l'amplificateur ?

L'amplification de tension est :

$$A_v = U_s/U_e = 2/0{,}5 = 4$$

L'amplification de puissance exprimée en dB, ou gain de puissance est :

$$\begin{aligned} G_p &= 20 \log A_v + 10 \log R_e/R_u \\ &= 20 \log 4 + 10 \log 500\,000/2{,}5 \\ &= 20 \times 0{,}6 + 10 \times 5{,}3 = 65 \text{ dB} \end{aligned}$$

2° Pour obtenir un courant de 1 A, dans la charge de sortie de 8 Ω d'un amplificateur à transistors, il faut faire passer, dans sa résistance d'entrée de 1 kΩ, un courant de 10 μA.

Quel est le gain de puissance de l'amplificateur ?

L'amplification de courant est :

$$A_i = I_s/I_e = 1/10 \cdot 10^{-6} = 10^5$$

Le gain de puissance est :

$$\begin{aligned} G_p &= 20 \log A_i + 10 \log R_u/R_e \\ &= 20 \log 10^5 + 10 \log 8/1\,000 \\ &= 20 \times 5 + 10 \times (-2{,}1) = 79\ dB \end{aligned}$$

Remarque :

Il existe de nombreux cas pour lesquels on fait, systématiquement, $R_e = R_u$. Dans ces cas, le rapport $R_u/R_e = 1$ et le log de 1 est 0. Les expressions de G_p se simplifient :

$$G_p = 20 \log A_v \text{ ou } 20 \log A_i.$$

Remarque :

Le courant continu, conservant une valeur constante, ne peut être amplifié. Les variations très lentes d'une tension continue peuvent nécessiter une amplification pour être plus facilement détectées. Ces variations peuvent être amplifiées comme des tensions alternatives à très basses fréquences ; mais une solution plus élégante consiste à découper la tension continue en tranches ; celle-ci deviendra variable et pourra être amplifiée par un amplificateur normal de tensions variables. C'est ce qu'on réalise avec les « choppers ».

CIRCUITS PASSIFS

Un circuit passif est un circuit qui comprend, uniquement, des résistances consommant de l'énergie active et des éléments réactifs qui n'en consomment pas ; la puissance fournie à l'entrée se retrouve à la sortie ; mais, la présence d'un élément réactif, en déphasant I par rapport à U, empêche les résistances de consommer autant d'énergie active qu'elles en consommeraient, si l'élément réactif n'était pas en circuit.

Le rapport entre la puissance active réellement consommée et la puissance qui serait consommée, sans la présence d'éléments réactifs est : l'atténuation de puissance (gain en dB négatif).

ÉTUDE DES CIRCUITS : RC SÉRIE ET RC PARALLÈLE

Circuit RC série

Lorsqu'on applique une tension alternative U, supposée constante, aux bornes d'un circuit composé d'un condensateur C, en série avec une résistance R, la tension U, se répartit entre C et R de façon que les relations suivantes soient satisfaites :

$$\vec{U} = \vec{U_c} + \vec{U_r} \quad \text{ou} \quad U = U_r - jU_c$$

U peut être considérée comme étant la tension d'entrée du dipôle RC ; quant à la tension de sortie, on peut la recueillir, soit aux bornes de C, soit aux bornes de R.

Le rapport $\frac{U_r}{U}$ et le rapport $\frac{U_c}{U}$ varient avec la fréquence de la tension alternative d'entrée.

Nous allons étudier les variations de ces rapports en fonction de la fréquence.

Le diagramme de Fresnel nous montre que le sommet du triangle rectangle D, décrit le demi-cercle de A vers B, quand la fréquence passe de la valeur 0 (courant continu) à une valeur infinie (fig. 16).

Quand $f = 0$, le condensateur se charge et le courant cesse ; il n'y a aucune chute de tension dans R et $U_r = 0$.

Quand f est infinie, le condensateur n'a pas le temps de se charger et tout se passe comme s'il n'existait pas ; toute la tension U est aux bornes de R.

Quand D est en D', les tensions U_c et U_r sont égales, ce qui implique que la réactance de $C(X_c)$ soit égale à R.

Désignons par ω_0 la fréquence correspondante, appelée : *fréquence de coupure* ou *fréquence quandrantale* ou *fréquence de basculement.*

De la relation $1/C\omega_0 = R$, on tire :

$\omega_0 = 1/RC$ (C'est l'inverse de la constante de temps).

Exprimons le module du rapport U_r/U :

$$\left|\frac{U_r}{U}\right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}} = \frac{R}{R\sqrt{1 + \frac{1}{(RC\omega)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}.$$

Posons :

$$\frac{\omega}{\omega_0} = k .$$

$$\left|\frac{U_r}{U}\right| = \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}.$$

Le déphasage de U_r sur U, est φ

$$\text{tg } \varphi = \frac{\frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1}{k}.$$

La tension aux bornes de C est la différence vectorielle entre la tension d'attaque du circuit RC et la tension aux bornes de R. Si R n'existait pas, la puissance fournie au circuit serait entièrement « réactive ». Le rapport U_c/U représente une atténuation en puissance réactive. On peut l'exprimer en fonction de $k = \omega/\omega_0$. Son module est:

$$\left|\frac{U_C}{U}\right| = \frac{1/C\omega}{R\sqrt{1+(1/k)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}.$$

Le déphasage de U_c sur U est φ' tel que tg $\varphi' = k$.

En notations imaginaires, on aurait :

$$\frac{U_R}{U} = \frac{1}{1-j\omega_0/\omega} = \frac{1}{1-j/k} = \frac{k(k+j)}{k^2+1}$$

$$\frac{U_C}{U} = \frac{-j}{k-j} = \frac{1-jk}{k^2+1}.$$

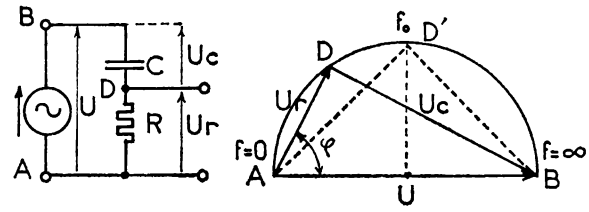


FIG. IX-16. — La pulsation de coupure ω_c d'un circuit, qui est liée à la valeur des composants R et X, permet de représenter le comportement d'un circuit par une courbe universelle, si on étudie ce comportement en fonction du rapport $\omega/\omega_c = k$.

COURBES UNIVERSELLES DES CIRCUITS : RX (X : réactance)

Si, au lieu de tracer des courbes représentant l'atténuation produite par un circuit RX (X pouvant être inductive ou capacitive) en fonction de la fréquence, on trace des courbes représentant l'atténuation, en fonction du rapport $k = \omega/\omega_0$ ou f/f_0, on obtient des courbes dites « universelles », car leur forme est indépendante des valeurs numériques de R, de C ou de L, ces valeurs intervenant dans $\omega_0 = 1/\tau$ (τ étant la constante de temps du circuit RC ou L/R) (fig. 20).

Si $k = 1$, $\omega = \omega_0$ et $U_R = U_C = U/\sqrt{2}$. La puissance recueillie dans R est la moitié de celle que produirait dans R, la tension U. L'atténuation est alors de 3 dB. Le déphasage est 45°.

ω_0 est la « pulsation de coupure » et la fréquence correspondante f_0, la « fréquence de coupure » du circuit. (On le désigne, encore, sous le nom de fréquence quadrantale ou de fréquence de basculement).

La forme des courbes universelles varie avec le type de l'élément réactif : C ou L, mais, il n'y a en que deux espèces, d'ailleurs, symétriques, l'une de l'autre, par rapport à un axe vertical passant par l'abscisse $k = 1$ ($\omega = \omega_0$).

Pour tracer la courbe correspondante à $U_R/U = f(k)$, il suffit de donner à k les valeurs : 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4, 8, etc., ce qui correspond, pour les rapports de fréquences, à des intervalles d'octaves (rapport de deux fréquences successives égal à 2 ou 1/2).

Comme on a dans le cas d'un circuit RC série :

$$\frac{U_R}{U} = \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$$

dès que 1 est négligeable devant k^2, U_R/U tend vers 1 et il n'y a plus d'atténuation (log 1 = 0).

Si k^2 devient négligeable devant 1, U_R/U tend vers k. L'atténuation qui est :

$$20 \log U_R/U$$

croît de 6 dB par octave (20 log 2 ≈ 6).

La courbe universelle a pour asymptote, la droite ayant une pente de 6 dB/octave, passant par $k = 1$.

Pratiquement, l'atténuation devient négligeable pour $k > 4$ et atteint l'atténuation maximale de 6 dB/octave pour $k < 1/4$.

Tableau donnant les coordonnées des points de la courbe universelle U_R/U en dB = $f(k)$ (pour un circuit *RC* série)

k	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8
U_R/U en dB	−18	−12,5	−7	−3	−1	0	0

Application pratique

Un circuit *RC* est réalisé avec une résistance $R = 10$ kΩ, en série avec un condensateur ayant une capacité de 100 nF. Quelle est la courbe de réponse de ce circuit : $U_R/U = f(f)$?

C'est une courbe universelle, il suffit de faire la graduation de l'axe des abscisses en Hz au lieu de *K*.

Calculons : $\omega_0 = 1/RC = 1/10^5 \cdot 10^{-5} = 100$ rad/s.

On en déduit $f_0 = \omega_0/2\pi = 16$ Hz.

$k = 1$ correspond à 16 Hz et −3 dB
$k = 2$ 32 Hz −1 dB
$k = 4$ 64 Hz 0 dB
$k = 1/2$ 8 Hz −7 dB
$k = 1/4$ 4 Hz −12,5 dB

Ce circuit donnera une atténuation négligeable au-dessus de : 64 Hz et une atténuation de 6 dB/octave au-dessous de 4 Hz. Sa fréquence de coupure sera 16 Hz.

Dipôle *RC* parallèle

Attaquons un dipôle *RC* parallèle, par un générateur de courant (à courant constant) et étudions le rapport du courant passant dans la résistance au courant débité par le générateur.

Les courants dans *R* et dans le circuit de *C* sont égaux lorsque $R = X_c$, pour une pulsation égale à $\omega_0 = 1/RC$.

Le rapport I_r/I est égal à $1/\sqrt{2}$ et correspond à une atténuation de 3 dB (fig. 17).

On peut calculer les variations de ce rapport, en fonction du rapport : 1/k avec $k = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

$$U = \frac{R\left(-\dfrac{j}{C\omega}\right)}{R - \dfrac{j}{C\omega}} I \qquad \text{et} \qquad I_r = \frac{U}{R}$$

$$\frac{I_r}{I} = \frac{-\dfrac{j}{RC\omega}}{R - \dfrac{j}{C\omega}} = \frac{-\dfrac{j}{k}}{1 - \dfrac{j}{k}}$$

$$\left|\frac{I_r}{I}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$$

Le déphasage de I_r sur I est :

$$\varphi \text{ tel que : } \operatorname{tg}\varphi = k.$$

On retrouve pour le courant dans R, dans le dipôle RC //, la même formule que pour la tension aux bornes de C, dans le dipôle RC série, ce qui confirme le « principe de dualité ».

La courbe universelle, représentant I_r/I en fonction de k, est symétrique de celle qui représente U_r/U, par rapport à l'axe vertical tracé pour $k = 1$.

Le dipôle RC // a les propriétés d'un filtre : passe-bas.

A la fréquence 0 (courant continu), il n'y a aucune atténuation, car, quand le condensateur est chargé, aucun courant ne parcourt son circuit et tout le courant du générateur de courant passe dans R.

Jusqu'à une fréquence égale à $\omega_0/4$, il n'y a aucune atténuation, X_c, étant beaucoup plus grande que R, ensuite, l'atténuation croît pour atteindre 6 dB par octave. Pour une fréquence infinie, le condensateur se comporte comme un court-circuit et absorbe tout le courant du générateur ; rien ne passe plus dans R et $I_r = 0$).

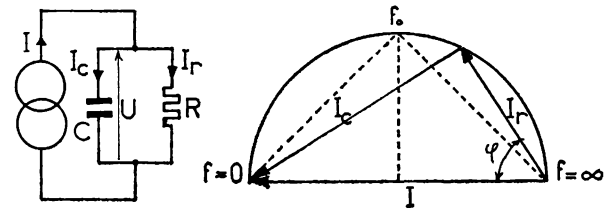


FIG. IX-17. — Le comportement d'un circuit R, X, en parallèle, peut être représenté par une courbe universelle en fonction de k.

Dipôle *LR* série (L'inductance est supposée parfaite)

En faisant le même raisonnement que pour le dipôle RC, on définirait une fréquence de coupure f_0, correspondant au cas où $U_L = U_r$; $L\omega_0 = R$ et $\omega_0 = R/L$ (inverse de la constante de temps L/R) (fig. 18).

On aurait :

$$\frac{U_r}{U} = \frac{R}{R+jL\omega} = \frac{1}{1+j(L/R)\omega} = \frac{1}{1+j\omega/\omega_0}$$

$$\frac{U_r}{U} = \frac{1}{1+jk} \qquad \left|\frac{U_r}{U}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = 1/k.$$

La courbe universelle, valable pour le courant dans R dans le dipôle RC //, est valable pour la tension aux bornes de R dans un circuit RL série (Principe de dualité).

Ce dipôle joue le rôle d'un filtre : passe-bas ; car, à la fréquence : 0, l'inductance ne joue aucun rôle puisque le flux reste constant (courant continu).

Quand la fréquence croît, la f.é.m. induite produite par la variation de flux de plus en plus rapide, s'oppose, de plus en plus, au passage du courant dans le circuit, donc, dans R et la chute de tension dans R décroît avec le courant.

Dipôle *LR* parallèle

Il est facile de voir que ce dipôle se comportera comme un filtre : passe-haut, car, plus la fréquence sera élevée, moins il passera de courant dans L, donc, plus il en passera dans R (fig. 19).

La courbe universelle correspondante est celle du circuit RC série, avec sortie aux bornes de R.

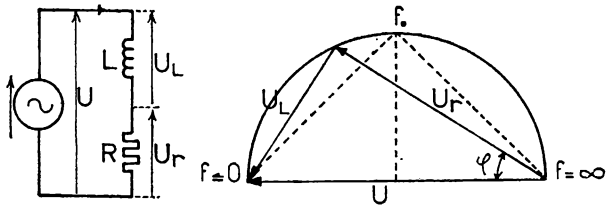


FIG. IX-18. — Comportement d'un circuit R et L, en série.

Remarque :

Les courbes universelles permettent de prévoir l'atténuation produite par la présence d'un élément réactif (L ou C) dans un circuit alimenté en courant alternatif, à une fréquence donnée. Il suffit de calculer ω_0 et f_0, de faire le rapport f/f_0 et de consulter la courbe universelle correspondant au dipôle étudié, pour avoir l'atténuation recherchée.

L'utisation des courbes universelles des dipôles : *RC* série ou *// facilite* grandement *l'étude des liaisons entre étages* à tubes et transistors, que ces liaisons s'effectuent par « résistances-capacité » ou par « transformateurs ».

Elle permet de déterminer *la courbe de réponse* d'un amplificateur, par addition des atténuations produites, en différents points de l'amplificateur, par les éléments réactifs, en cause.

Ces courbes nous permettent de constater que : *les dipôles RC série et RL //, interviennent aux fréquences basses* (courbes (1)), *les dipôles RC // et RL série, interviennent aux fréquences élevées* (courbes (2)).

Aux fréquences basses, interviendront :

les condensateurs de liaison, les inductances primaires des transformateurs.

Aux fréquences élevées, interviendront :
les capacités des tubes et transistors et *les inductances de fuite* des transformateurs.

N.B. Il y a deux courbes universelles par dipôle : (fig. 20 et 21).

a) *la courbe donnant l'atténuation en dB,*

b) *la courbe donnant le déphasage.*

Sur les dessins ci-joints, les courbes correspondantes portent le même numéro : (1) ou (2).

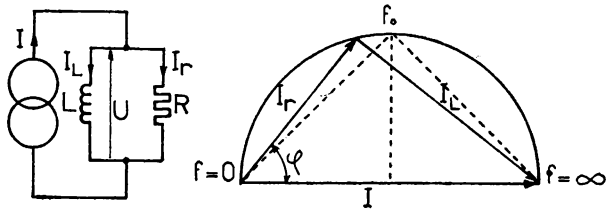


FIG. IX-19. — Comportement d'un circuit R et L, en parallèle.

Remarque :

Les courbes universelles montrent que l'atténuation tend à être égale à 6 dB par octave ; ces courbes ont donc, pour asymptotes l'axe horizontal correspondant à 0 dB et une droite ayant une pente de 6 dB par octave passant par le point dont les coordonnées sont $f/f_0 = 1$ et 0 dB.

L'atténuation de 6 dB par octave est atteinte lorsque la réactance de l'élément réactif devient suffisamment grande pour que l'élément actif soit négligeable, ceci est valable dès que la réactance est supérieure ou égale à 10 R (Règle du 1/10) ; dans les formules, X et R interviennent au carré ; si R est égal à $X/10$, R^2 est égal au 1/100 de X^2, donc, peut être considéré comme négligeable.

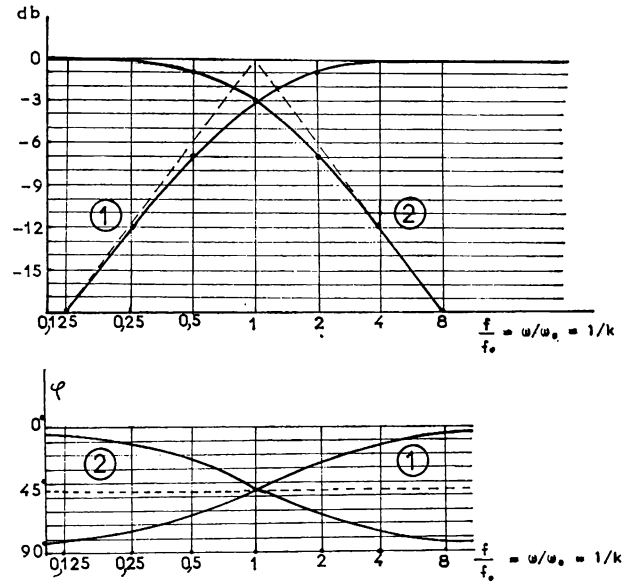


FIG. IX-20 et 21. — Courbes universelles des circuits R et X.
① et ② Courbes d'atténuation en fonction de k (fig. 20),
① et ② Courbes de déphasage en fonction de K (fig. 21).
20 ① filtre : passe-haut ; 20 ② filtre : passe-bas.

DIPOLES : RLC SÉRIE ET PARALLÈLE

1. *RLC* série :

A la fréquence de résonance f_0, à laquelle correspond la pulsation ω_0, les effets des éléments réactifs se neutralisent, I est en phase avec U, et $Z = R$.

Le courant est égal à U/R et la tension aux bornes de l'inductance est égale à $X_L \cdot I$ ou $L\omega_0 I$ ou $(L\omega_0/R)U$.

Le rapport $U_L/U = L\omega_0/R$ est le " coefficient de qualité " de la bobine que nous avons désigné par Q_0.

Une bobine est équivalente à une inductance pure (sans pertes), en série avec une résistance causant des pertes par « effet Joule ». Il est impossible, dans la réalité de séparer l'inductance de la résistance et, donc, de mesurer U_L. Aux bornes de la bobine, on mesure une tension U_B qui est la somme vectorielle de U_L et de U_R. La tension U_B est beaucoup plus grande que U_R qui est égale à la tension d'alimentation du circuit et on dit qu'il y a « surtension » le coefficient de surtension étant égal à U_B/U_R.

U_L n'est pas mesurable, directement, mais, comme, à la résonance, elle est égale à U_C, on peut connaître sa valeur en mesurant la tension aux bornes de C.

Si $L\omega_0 \geqslant 10\ R$, la tension U_B est peu différente de U_L et le coefficient de surtension se confond avec le coefficient de qualité. L'impédance de la bobine Z_B est peu différente de $L\omega_0$. C'est la règle connue sous le nom de règle du dixième.

Lorsque, dans un triangle rectangle, un côté de l'angle droite et 10 fois plus grand que l'autre, sa longueur est peu différente de celle de l'hypoténuse.

Dans la formule :

$$Z^2 = R^2 + X^2$$

si $X \geqslant 10\ R$, $X^2 \geqslant 100\ R^2$ et on peut négliger R devant X ; on a, alors $Z = X$.

Remarque :

Le coefficient de qualité d'une bobine est d'autant plus élevé que celle-ci remplit mieux son rôle d'élément réactif et que son déphasage est plus voisin de 90°. Le coefficient de qualité est égal à la tangente du déphasage produit par la bobine et il est, aussi, égal au produit de la constante de temps de la bobine par la pulsation de résonance. $Q_0 = (L/R)\omega_0$.

Il peut sembler que plus la pulsation de résonance est élevée, plus le coefficient de qualité est grand. Il y a, en réalité, une pulsation pour laquelle Q passe par un maximum. Quand la fréquence croît, les pertes croissent et la résistance, équivalente à celle qui occasionnerait ces pertes, augmente plus vite, au-dessus d'une certaine fréquence, que le terme $L\omega$. La valeur de R de la formule $Q = L\omega/R$ n'est pas constante et croît avec la fréquence. (Ce n'est pas, uniquement, la résistance du fil de la bobine). (Voir plus loin : Etude d'une bobine).

COURBES UNIVERSELLES DES CIRCUITS RL.C

L'impédance d'un circuit $RL \cdot C$, série, varie avec la fréquence ; elle passe par une valeur minimale, à la fréquence de résonance, aux fréquences inférieures à f_0, l'impédance est capacitive, pour les fréquences supérieures, elle est inductive.

Le courant dans le circuit et le déphasage de ce courant sur la tension peuvent être représentés, en fonction de la fréquence ou de la pulsation, par des courbes universelles, comme nous l'avons fait, à propos des circuits RC et RL. Ces courbes universelles donnent : l'une, l'atténuation en courant I/I_0, exprimée en dB, l'autre, le déphasage en fonction de $\Delta\omega$ qui représente une petite variation de pulsation autour de ω_0. Désignons par y le rapport du courant I, à une pulsation quelconque ω, au courant I_0, à la résonance (fig. 22).

Comme U est constante, on a :

$$y = I/I_0 = R/Z$$

$$y = \frac{R}{R+j(L\omega-1/C\omega)}.$$

Comme $\omega_0^2 LC = 1$, on a : $1/C = \omega_0^2 L$

$$y = \frac{R}{R+jL(\omega-\omega_0^2/\omega)} = \frac{1}{1+jL\omega_0/R\,(\omega/\omega_0-\omega_0/\omega)}$$

$$y = \frac{1}{1+jQ_0[(1/k)-k]} \qquad \text{en posant : } \omega/\omega_0 = 1/k \text{ et } Q_0 = L\omega_0/R.$$

Un circuit résonnant est toujours utilisé dans une plage de fréquences, étroite, encadrant la fréquence de résonance ; c'est au voisinage de cette fréquence qu'il est intéressant de connaître le comportement du circuit.

Dans ce cas, on peut poser : $\omega = \omega_0+\Delta\omega$

Appelons ε, la variation relative de pulsation :

$$\varepsilon = \Delta\omega/\omega \approx \Delta\omega/\omega_0$$

$$1/k = \omega/\omega_0 = (\omega_0+\Delta\omega)/\omega_0 = 1+\varepsilon\ ;\ k = 1/(1+\varepsilon)$$

$$(1+\varepsilon)(1-\varepsilon) = 1-\varepsilon^2 \approx 1\ ;\ 1/(1+\varepsilon) \approx 1-\varepsilon$$

$$(1/k)-k \approx 1+\varepsilon-(1-\varepsilon) \approx 2\varepsilon$$

En posant $Q\cdot\varepsilon = \eta$, ce qui donne $\eta = (L/R)\Delta\omega$, $y \approx \dfrac{1}{1+2j\eta}$; son module est :

$$|y| \approx \frac{1}{\sqrt{1+4\eta^2}}.$$

Déphasage :

$$\operatorname{tg}\varphi = (L\omega-1/C\omega)/R = Q_0(1/k)-k) \approx 2\eta$$

Les courbes universelles du circuit résonnant $RL \cdot C$, série, donnent, (fig. 23 et 24) :

$$I/I_0 \text{ en dB} = f(\eta) \text{ et } \varphi = f(\eta)$$

On compare les circuits de même type, en comparant la largeur de la bande de fréquences, à l'intérieur de laquelle, l'atténuation I/I_0, ne dépasse pas une certaine valeur ; on choisit comme atténuation de référence -3 dB (puissance divisée par 2, ou courant réduit aux 7/10 de sa valeur $1/\sqrt{2}$).

Cette atténuation correspond à $\eta = 0{,}5$ et $\varphi = 45°$.

La « bande passante » à -3 dB, s'étend de $\eta = -0{,}5$ à $+0{,}5$, soit une variation de 1.

$$\eta = \frac{L}{R}\Delta\omega = 1, \qquad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{R}{L\omega_0} = \frac{1}{Q_0}.$$

On constate que la largeur relative de la bande passante, -3 dB, est égale à l'inverse du coefficient de qualité à la fréquence de résonance.

Plus la largeur de bande est faible, plus le circuit est « sélectif » ; c'est-à-dire, plus il est apte à faire une discrimination entre les fréquences. (Si la bande passante était nulle, seule la fréquence f_0, bénéficierait de la surtension qui se produit à la résonance et serait favorisée).

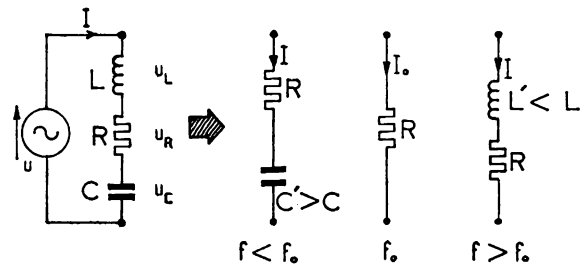


FIG. IX-22. — Circuit *R, L, C,* série. Il se comporte suivant la fréquence du courant fourni par le générateur, soit comme un circuit inductif, soit comme un circuit résistif, soit comme un circuit capacitif.

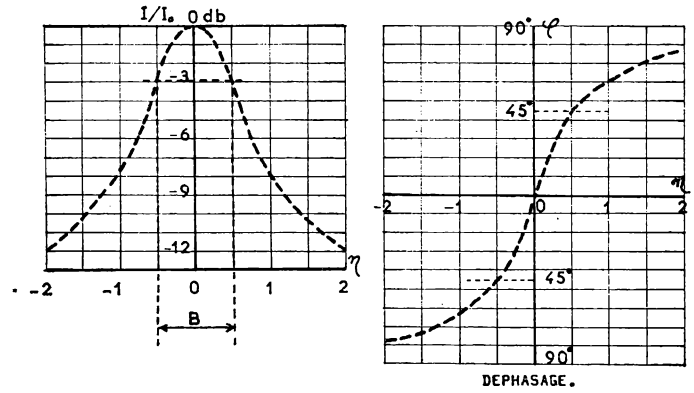


FIG. IX-23 et 24. — Courbes d'atténuation et de déphasage d'un circuit *R, L, C,* série. Ce sont des courbes universelles.

Exemple numérique

Un circuit *RLC*, série, se compose d'une bobine ayant une inductance $L = 100$ μH et une résistance de 10 Ω (à la fréquence de travail), en série avec un condensateur ayant une capacité de 100 pF. Trouver la bande passante, à -3 dB de ce circuit.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{10^{-4}\times 10^{-10}} = 10^{14}\ ; \qquad \text{d'où :} \qquad \omega_0 = 10^7$$

$f_0 = 10^7/6{,}28 = 1{,}59$ MHz

$Q_0 = L\omega_0/R = (10^{-4}\times 10^7)/10 = 100$

$\Delta\omega/\omega_0 = 1/Q_0 = 0{,}01$

$\Delta\omega = 1\,590\times 0{,}01 = 15{,}9$ kHz.

L'intensité tombe, aux 7/10 de sa valeur à la résonance, aux fréquences suivantes :

$f_1 = 1\,590 - (15{,}9/2) = 1\,582$ kHz

$f_2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots = 1\,598$ kHz

Réalisons un autre circuit, résonnant à 1,59 MHz, avec une autre bobine ayant une inductance de 10 μH et une résistance de 2,5 Ω, en série avec un condensateur ayant une capacité de 1 nF et recherchons la bande passante à -3 dB.

$Q_0 = (10^{-5} \times 10^7)/2{,}5 = 40$ $\qquad$ $1/Q_0 = 0{,}025$

$\Delta\omega = 1\,590 \times 0{,}025 = 40$ kHz

Ce circuit est moins sélectif que le précédent, parce que son coefficient de qualité, à la résonance Q_0 est moins grand.

2. *RL // C*

Ce circuit est composé d'une bobine d'inductance L et de résistance R, en parallèle avec un condensateur de capacité C.

Pour effectuer le calcul du circuit //, utilisons les admittances (inverses des impédances) :

$$y = \frac{1}{R+jL\omega} + jC\omega = \frac{1+jRC\omega - LC\omega^2}{R+jL\omega}.$$

Aux fréquences d'utilisation des bobines, $L\omega$ est bien supérieure à $10R$ et on peut négliger R devant $jL\omega$.

$$y = \frac{RC}{L} + \frac{1-LC\omega^2}{jL\omega} = \frac{RC}{L} + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right).$$

Le circuit est équivalent à 3 admittances en // :

RC/L ; $C\omega$ et $1/L\omega$; les impédances correspondantes étant : L/CR ; $1/C\omega$ et $L\omega$ (fig. 17).

Tout se passe comme si, en parallèle avec un circuit bouchon parfait (bobine sans résistance), on plaçait une résistance égale à L/CR.

Un circuit bouchon parfait a, à la fréquence de résonance, une impédance infinie ; si la bobine a une résistance, l'impédance du circuit à la fréquence f_0, pour laquelle $L\omega = 1/C\omega$, au lieu d'être infinie, aura une valeur finie, égale à L/CR.

Exemple :

Reprenons les éléments du premier circuit, étudié précédemment, pour lequel $f_0 = 1{,}59$ MHz ; à cette fréquence, L/CR a pour valeur :

$$L/CR = 10^{-4}/(10^{-10} \times 10) = 100\ \text{k}\Omega.$$

L'impédance du circuit est loin d'être infinie.

N.B. L/CR est une impédance réelle, dans laquelle, I est en phase avec U.

A la fréquence f_0, le courant débité par le générateur alimentant le circuit est :

$$I_g = U/(L/CR) = (UCR)/L$$

Le courant dans le circuit du condensateur est :

$$I_c = U/(1/C\omega_0) = UC\omega_0$$

Le rapport des deux courants est :

$$I_c/I_g = (UC\omega_0)/(UCR/L) = L\omega_0/R = Q_0$$

Il y a « surintensité », régie par le même coefficient que la « surtension » qui se produit dans un circuit résonnant série.

La fréquence de résonance parallèle dépend de la résistance du circuit mais si Q_0 est supérieur à 10, la fréquence de résonance parallèle est pratiquement la même que la fréquence de résonance série. En calculant l'impédance du circuit $R-L/\!/C$, on trouve que cette impédance est réelle (partie imaginaire nulle) si :

$$\omega_p = \omega_s \sqrt{1-1/Q_0^2}.$$

La pulsation ω_p est la pulsation de résonance // et on voit que si Q_0 est supérieur à 10, $1/Q_0^2$ est négligeable par rapport à 1 et que ω est peu différente de ω_s ($\omega_s^2 = 1/LC$).

L'impédance du circuit est maximale et égale à $R\,Q_0^2$.

Comme l'amplification de l'étage à tube ou à transistor croît avec l'impédance du circuit, on voit l'intérêt du facteur de qualité.

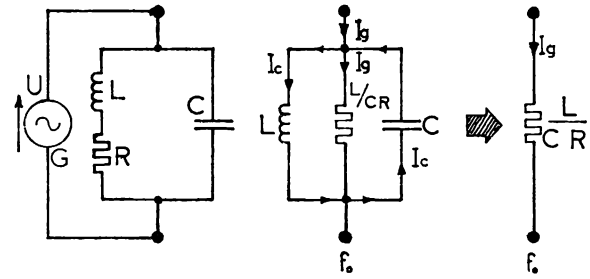


FIG. IX-25. — Un circuit *R-L//C* est équivalent à la fréquence de résonance à un circuit bouchon parfait d'impédance infinie, en parallèle avec une impédance « non réactive » égale à L/CR, si $L\omega$ est très supérieure à R. La fréquence de résonance est la même que celle du circuit « série » utilisant les mêmes composants.

ÉTUDE D'UNE BOBINE

Une bobine réelle est une combinaison complexe d'éléments : R, L et C, le terme L étant prépondérant. Le bobinage a une résistance r qui, dans le circuit équivalent, se place en série avec l'inductance vraie de la bobine l. Entre les spires de la bobine qui sont voisines et qui sont à des potentiels alternatifs différents, il existe un effet capacitif, réparti tout au long du bobinage et que nous attribuerons à une capacité c, en parallèle avec l'ensemble r et l, en série.

L'inductance l et la capacité répartie c, forment un circuit résonnant parallèle dont la fréquence de résonance est appelée " fréquence de résonance propre " de la bobine.

r, l et c, ne sont pas indépendantes de la fréquence, surtout au voisinage de la fréquence de résonance propre f_0.

Quand on donne les caractéristiques d'une bobine, on lui attribue une inductance L et une résistance R qui sont les inductance et résistance " apparentes " de la bobine.

Le circuit réel, formé de r, l et c, est équivalent au circuit série formé de L et de R. (fig 26)

Nous allons calculer les valeurs de la résistance apparente R et de l'inductance apparente L, en fonction de r, l et de c et de la fréquence f, à laquelle correspond une pulsation ω.

$$R+jL\omega = (r+j\,l\omega)/\!/(1/j\,c\omega)$$

$$= \frac{(r+j\,l\omega)\,\dfrac{1}{j\,c\omega}}{r+j\,l\omega+\dfrac{1}{j\,c\omega}}$$

$$= \frac{r + j\,l\omega}{j\,rc\omega + 1 - \omega^2 lc}$$

$$= \frac{r + j\,l\omega\left(-\dfrac{r^2 c}{l} + 1 - \omega^2 lc\right)}{(\omega cr)^2 + (1 - \omega^2 lc)^2}$$

En identifiant, il vient :

$$R = \frac{r}{(\omega cr)^2 + (1 - \omega^2 lc)^2}$$

$$L = \frac{l\left(-\dfrac{r^2 c}{l} + 1 - \omega^2 lc\right)}{(\omega cr)^2 + (1 - \omega^2 lc)^2}.$$

On peut calculer le coefficient de qualité de la bobine équivalente $Q = L\omega/R$, en fonction du coefficient de qualité du bobinage réel $q = l\omega/r$

$$Q = q\left(-\frac{r^2 c}{l} + 1 - \omega^2 lc\right).$$

Prenons un exemple numérique : les caractéristiques d'une bobine sont les suivantes : $l = 22$ mH ; $r = 50\,\Omega$; $c = 6$ pF.

Calculons f_0 ; en négligeant l'effet de r.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{22 \cdot 10^{-3} \times 6 \cdot 10^{-12}}} \approx 440 \text{ kHz}.$$

Dans ce cas, $l\omega_0 = 22 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 440 \cdot 10^3 \approx 60$ kΩ.

Il était donc justifié de négliger r.

Une bobine, ayant cette inductance, fonctionne, normalement, à des fréquences de l'ordre de 60 kHz. Prenons comme fréquence d'utilisation 64 kHz, pour faciliter les calculs.

$$\omega = 2\pi \times 64 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^5 \text{ rad/s}.$$

Calculons r^2c/l, $\omega^2 lc$ et ωcr (1).

$$r^2 c/l = 50^2 \times 22 \cdot 10^{-3} \times 6 \cdot 10^{-12} = 0{,}33 \cdot 10^{-9}$$

$$\omega^2 lc = (4 \cdot 10^5)^2 \times 22 \cdot 10^{-3} \times 6 \cdot 10^{-12} = 0{,}021$$

$$\omega cr = 4 \cdot 10^5 \times 6 \cdot 10^{-12} \times 50 = 1{,}2 \cdot 10^{-4}.$$

Si on désigne par ω_0, la pulsation de résonance propre, on a $\omega_0 lc = 1$ et $lc = 1/\omega_0$, d'où on tire :

$$\omega^2 lc = (\omega/\omega_0)^2 = (f/f_0)^2$$

Lorsque la bobine est utilisée à une fréquence très inférieure à sa fréquence de résonance propre, ce qui est le cas général, les formules trouvées précédemment se simplifient.

On peut négliger r^2c/l devant 1 et $(\omega cr)^2$ devant 1, ainsi que le montrent les calculs faits plus haut, dans cette intention (1).

On arrive aux formules simplifiées suivantes :

$$R = r\,\frac{1}{\left(1 - \left(\dfrac{f}{f_0}\right)^2\right)^2} \qquad L = l\,\frac{1}{1 - \left(\dfrac{f}{f_0}\right)^2} \qquad Q = q\left[1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right].$$

Quand on accorde la bobine sur une fréquence f, inférieure à f_0, on utilise une capacité extérieure C qui se trouve en parallèle avec c et la bobine l, r, est accordée par $C+c$ (fig. 28).

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{l(C+c)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

f^2 est inversement proportionnelle à C et si on trace le graphe $1/f^2 = f(C)$, on obtient une droite qu'on peut tracer si on en connaît deux points.

En accordant la bobine sur deux fréquences f_1 et f_2, à l'aide de deux capacités C_1 et C_2, on peut tracer la droite. Elle coupe l'axe des ordonnées pour $f = f_0$ (ordonnée $1/f_0^2$) et l'axe des abscisses pour $C = -c$. Ceci permet de trouver f_0 et c (fig. 29).

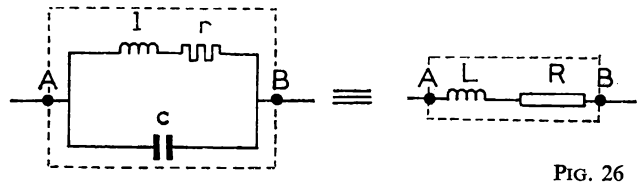


FIG. 26

FIG. IX-26. — Circuit équivalent à une bobine réelle et circuit auquel on l'assimile.

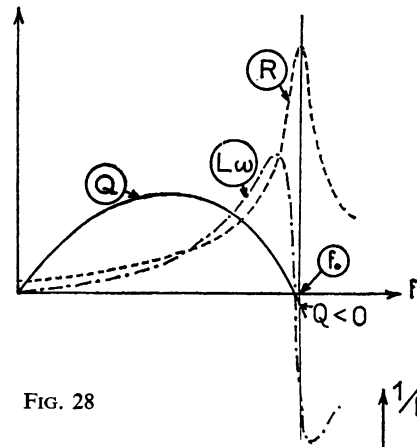


FIG. 27

FIG. IX-27. — Variations de la résistance de pertes R, de la réactance $L\omega$ et du coefficient de qualité U d'une bobine en fonction de la fréquence, f_0 représente la fréquence de résonance « propre » de la bobine.

FIG. 28

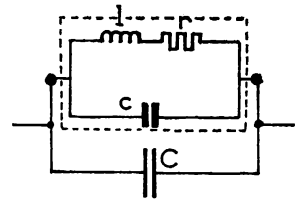


FIG. IX-28. — Une bobine est amenée à la résonance à l'aide d'un condensateur placé en parallèle avec elle. La fréquence de résonance, en fonctionnement normal, est bien inférieure à la fréquence f_0.

FIG. 29

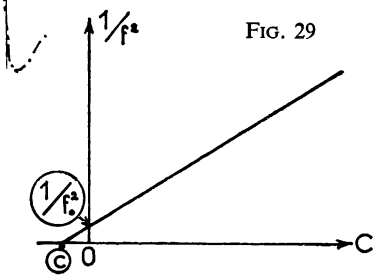


FIG. IX-29. — Méthode de mesure de la capacité propre de la bobine.

Calculons, à la fréquence de 64 kHz, les caractéristiques de la bobine équivalente.

$$\frac{f^2}{f_0^2} = \frac{64^2}{440^2} = 0{,}021 \quad \text{et} \quad 1 - \frac{f^2}{f_0^2} = 0{,}979$$

$$R = \frac{50}{0{,}979^2} = 52\ \Omega$$

$$L = \frac{22}{0{,}979} = 22{,}5\ \text{mH}$$

$$q = \frac{22 \cdot 10^{-3} \times 4 \cdot 10^5}{50} = 176$$

$$Q = 176 \times 0{,}979 = 172 .$$

Il est intéressant de calculer le coefficient de qualité à la fréquence f_0. C'est $Q_0 = L\omega_0/R$ et non q qui ne tient pas compte de c.

$$q = 22 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 440 \cdot 10^3/50 = 1\,220$$

$$Q = 1\,220 \times (-0{,}33 \cdot 10^{-9}) = -0{,}4 \cdot 10^{-6}$$

Sa valeur est très faible et négative. Q s'annule pour une fréquence légèrement inférieure à f_0.

R a une valeur très élevée

$$R = r/(\omega_0 cr)^2$$

$$= 50/(2{,}76 \cdot 10^6 \times 6 \cdot 10^{-12} \times 50)^2 = 70\ \text{M}\Omega$$

Une bobine ne doit pas être utilisée pour des circuits accordés fonctionnant a des fréquences voisines de sa fréquence de résonance propre (fig. 27).

Remarque :

Le coefficient de qualité d'une bobine est égal à la tangente du déphasage φ_B, produit par la bobine. Si c n'existait pas, Q ne pourrait devenir négatif ; un Q négatif signifie que le déphasage a changé de sens et que le circuit qui était *inductif* jusqu'à une fréquence légèrement inférieure à f_0, est devenu *capacitif*. C'est l'influence de c qui devient prépondérante et si f croît au-delà de f_0, seule la branche contenant c joue un rôle, la branche l, r ayant une impédance trop grande, en comparaison de celle de c.

CONDENSATEUR AVEC PERTES

Un condensateur parfait doit être un élément purement *réactif*, c'est-à-dire qu'il doit produire un déphasage de $\pi/2$ entre U et I (I étant en avance sur U).

Les condensateurs réels ont des pertes localisées dans le diélectrique et ces pertes peuvent être représentées par une résistance placée, soit en série (de faible valeur), soit en parallèle (de forte valeur) qui dissiperait, en chaleur, une énergie égale aux pertes du condensateur.

Dans ce cas, le déphasage produit par le condensateur réel est inférieur à $\pi/2$. Soit φ_C ce déphasage. On appelle *angle de pertes*, l'angle $\pi/2 - \varphi_C$. Plus cet angle est grand, plus la composante active de la puissance prise par le condensateur est grande ; cette composante conditionne la puissance transformée en chaleur, donc, perdue.

CIRCUITS COUPLÉS ACCORDÉS SUR LA MÊME FRÉQUENCE

La bande passante d'un circuit accordé est trop grande pour qu'un seul circuit puisse être utilisé dans les étages sélectifs employés dans les récepteurs de radiodiffusion, en particulier dans les étages à fréquence intermédiaire (moyenne fréquence) succédant à l'étage opérant le changement de fréquence.

L'utilisation de circuits accordés couplés permet d'obtenir une bande passante plus étroite qu'avec un seul circuit avec une forme de courbe donnant un gain plus uniforme dans la bande.

Nous n'étudierons que le cas de circuits accordés identiques, à couplage inductif.

Ces circuits sont des circuits résonnants $R-L/\!/C$ attaqués par des générateurs de courant : tubes pentodes, transistors.

On peut transformer le circuit en circuit résonnant série, en remplaçant le générateur de courant par un générateur de tension (fig. 30 et 31).

Désignons par L_1, R_1, C_1, Q_1, I_1, les grandeurs se rapportant au circuit d'entrée et par L_2, R_2, C_2, I_2 les grandeurs se rapportant au circuit de sortie (Nous supposerons que $Q_1 = Q_2 = Q$), par M l'inductance mutuelle et par K le coefficient de couplage égal, rappelons-le, à $M/\sqrt{L_1 L_2}$ (voir inductance mutuelle). Nous désignerons par X_1 la réactance totale du circuit d'entrée et par X_2 la réactance totale du circuit de sortie.

$$X_1 = L_1\omega - 1/C_1\omega \qquad X_2 = L_2\omega - 1/C_2\omega$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \qquad Z_2 = R_2 + JX_2$$

La tension U aux bornes du circuit d'entrée sert à fournir la chute de tension dans Z_1 et à compenser la tension de réaction du circuit de sortie sur le circuit d'entrée.

(1) $U = Z_1I_1 + jM\omega I_2$ (M se comporte comme une inductance).

Pour le circuit de sortie, on a :

(2) $0 = Z_2I_2 + jM\omega I_1$

Tirons I_1 de (2) et portons sa valeur dans (1)

$$I_1 = \frac{-Z_2I_2}{jM\omega}$$

$$U = \frac{-Z_1Z_2I_2}{jM\omega} + jM\omega I_2$$

$$I_2 = \frac{-jM\omega U}{Z_1Z_2 + M^2\omega^2}$$

$$I_2 = \frac{-jM\omega U}{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2) + M^2\omega^2}.$$

Le module de I_2 est :

$$I_2 = \frac{M\omega U}{\sqrt{(R_1X_2 + R_2X_1)^2 + (M^2\omega^2 + R_1R_2 - X_1X_2)^2}}.$$

Les circuits utilisés en haute fréquence fonctionnent dans une bande de fréquences étroite encadrant la fréquence de résonance ; la fréquence correspondant à ω est voisine de celle qui correspond à ω_0 (la pulsation de résonance égale à $1/\sqrt{LC}$).

On peut poser $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ et $\varepsilon = \Delta\omega/\omega$, comme nous l'avons fait pour les courbes universelles d'un circuit résonnant.

$$X_1 = L_1(\omega_0 + \Delta\omega) - \frac{1}{C_1}(\omega_0 + \Delta\omega)$$

$$X_1 = \frac{L_1 \cdot C_1(\omega_0 + \Delta\omega)^2 - 1}{C_1(\omega_0 + \Delta\omega)} = \frac{L_1 \cdot C_1(\omega_0^2 + 2\Delta\omega \cdot \omega_0 + \Delta\omega^2) - 1}{C_1(\omega_0 + \Delta\omega)}$$

$\Delta\omega^2$ est négligeable car $\Delta\omega$ est petite. $L_1C_1{\omega_0}^2 = 1$ et comme $\omega \approx \omega_0$, $C_1\omega \approx C_1\omega_0$; en tenant compte de ces considérations, on a $X_1 = 2L_1\Delta\omega$.

On aurait de même :

$$X_2 = 2L_2\Delta\omega$$

Faisons apparaître le coefficient de qualité :

$$\Delta\omega = \omega \cdot \varepsilon ; \; X_1 = 2L_1\omega \;\; \varepsilon = \frac{2R_1L_1\omega\varepsilon}{R_1} = 2R_1Q \;\; \varepsilon$$

$$X_2 = 2R_2Q\varepsilon$$

Cherchons la valeur du dénominateur de l'expression du module de I_2 :

$$R_1X_2 = 2R_1R_2Q\varepsilon \quad \text{et} \quad R_2X_1 = 2R_2R_1Q\cdot\varepsilon$$

Comme $M^2 = K^2L_1L_2$

$$M^2\omega^2 + R_1R_2 - X_1X_2 = K^2L_1L_2\omega^2 + R_1R_2 - 4Q^2R_1R_2\varepsilon^2 = R_1R_2Q^2(K^2 + 1/Q^2 - 4\varepsilon^2)$$

Le dénominateur vaut, au carré :

$$(4QR_1R_2\varepsilon)^2 + [R_1R_2Q^2(K^2 + 1/Q^2 - 4\varepsilon^2)]^2$$

$$(R_1R_2Q^2)^2\,[16\varepsilon^4 - 8\varepsilon^2(K^2 - 1/Q^2) + (K^2 + 1/Q^2)]^2$$

$$I_2 = \frac{M\omega U}{Q^2R_1R_2\sqrt{16\varepsilon^4 - \ldots}}$$

$$Q^2 = \frac{L_1\omega L_2\omega}{R_1R_2} = \frac{L_1L_2\omega^2}{R_1R_2} = \frac{\dfrac{M^2}{K^2}\omega^2}{R_1R_2} \qquad M\omega = QK\sqrt{R_1R_2}$$

$$I_2 = \frac{KU}{Q\sqrt{(R_1R_2)(16\varepsilon^4) - \ldots}}\,.$$

I_2 est une fonction de la variable ε qui représente la variation relative de la pulsation ; seule, la partie placée sous le radical contient la variable ε et la dérivée de cette expression s'annule en même temps que la dérivée de $I_2 = f(\varepsilon)$.

Calculons la dérivée de $16\varepsilon^4 - 8\varepsilon^2(K^2 - 1/Q^2) + (K^2 + 1/Q^2)^2$ soit $64\varepsilon^3 - 16\varepsilon^2(K^2 - 1/Q^2)$; elle s'annule si $\varepsilon = 0$ et $K = 1/Q$.

1er cas : $K = 1/Q$

Calculons la valeur de I_2, dans ces conditions ; soit I_{2o}, cette valeur.

$$I_{2o} = \frac{KU}{Q\sqrt{R_1R_2 4K^4}} = \frac{U}{2\sqrt{R_1R_2}} \qquad \text{puisque} \qquad KQ = 1\,.$$

En reprenant les notations employées à propos des courbes universelles posons :

$$y = \frac{I_2}{I_{2o}} \qquad \text{et} \qquad \eta = Q\varepsilon$$

$$y = \frac{\dfrac{KU}{Q\sqrt{R_1R_2}\left[16\varepsilon^4 + \left(K^2 - \dfrac{1}{Q^2}\right)^2\right]}}{\dfrac{U}{2\sqrt{R_1R_2}}} = \frac{1}{\sqrt{4Q^4\varepsilon^4 + 1}}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{\sqrt{4\eta^4 + 1}}}$$

La fréquence de coupure (atténuation de 3 dB) correspond à $y = 1/\sqrt{2}$ c'est-à-dire à $4\eta^4 = 1$, ce qui donne $\eta^4 = 1/4$ et $\eta = \pm 1/\sqrt{2}$.

La bande passante à -3 dB s'étend de ω_1 à ω_2, avec :

$$\omega_1 = \omega_2 - \Delta\omega \quad \text{et} \quad \omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega_1 - \omega_2 = 2\Delta\omega = 2\cdot\varepsilon\cdot\omega_0 = 2(\eta/Q)\omega_0 = \sqrt{2}\omega_0/Q$$

On a donc $B = \sqrt{2}\cdot\omega_0/Q$ et $B/\omega_0 = \sqrt{2}/Q$.
Lorsque $K = 1/Q$, le couplage est dit *critique*.

2e cas : $K > 1/Q$

La dérivée $64\varepsilon^3 - 16\varepsilon^2\left(K^2 - \frac{1}{Q^2}\right)$ s'annule pour trois valeurs de ε :

1° $\varepsilon = 0$

2° $\varepsilon = \pm\frac{1}{2}\sqrt{K^2 - \frac{1}{Q^2}} \approx \pm\frac{K}{2}$ car $Q^2 \gg 1$

1° $\varepsilon = 0$; la valeur de I_{20} est alors : $\dfrac{KU}{Q\sqrt{R_1R_2}\left(K^2 + \frac{1}{Q^2}\right)} = I'_{20}$

$$I'_{20} = \frac{U}{2\sqrt{R_1R_2}}\,\frac{2K}{Q\left(K^2 + \frac{1}{Q^2}\right)} = I_{20}\,\frac{2K}{Q\left(K^2 + \frac{1}{Q^2}\right)} = 2I_{20}\left(KQ + \frac{1}{KQ}\right).$$

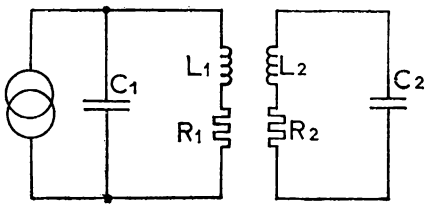


FIG. 30

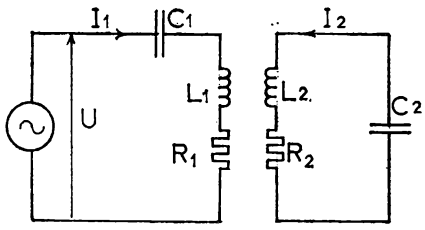


FIG. 31

FIG. IX-30 et 31. — Circuits à couplage inductif.

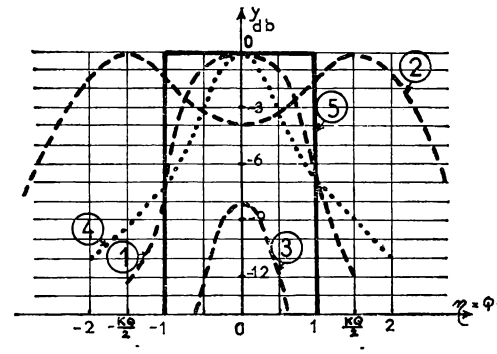


FIG. IX-32. — Courbes de réponse de circuits couplés, suivant la valeur du couplage.

① couplage critique.
② couplage serré.
③ couplage lâche.
④ un seul circuit accordé.
⑤ courbe d'un circuit idéal.

On en déduit la nouvelle valeur de y ; soit y' cette valeur :

$$y' = \frac{I'_{2o}}{I_{2o}} = \frac{2}{KQ + \dfrac{1}{KQ}} .$$

2_o $\varepsilon = \pm \dfrac{K}{2}$

$\eta = \pm \dfrac{KQ}{2}$

I_2 passe par deux maxima égaux à : $\dfrac{KU}{Q\sqrt{R_1R_2}\cdot\dfrac{2K}{Q}} = \dfrac{U}{2\sqrt{R_1R_2}}$.

On retrouve la même valeur que quand $K = 1/Q$.

La courbe passe par deux valeurs maximales symétriques et par une valeur minimale pour $\varepsilon = 0$.

Le couplage est *serré* ; la réaction d'un circuit sur l'autre est maximale.

3e cas : $K = 1/Q$

La dérivée $64\varepsilon^3 - \varepsilon^2(K^2 - 1/Q^2)$ ne peut s'annuler que si $\varepsilon = 0$. On retrouve les mêmes résultats que pour (1) du 2e cas, mais comme KQ est inférieur à 1, au lieu d'être supérieur à 1, la forme de la courbe est différente ; ce cas correspond à un couplage *lâche* ; le transfert d'énergie d'un circuit à l'autre est faible et la courbe ressemble à celle du couplage critique mais, avec un maximum d'autant plus faible que K diffère plus de $1/Q$.

Les meilleurs résultats sont obtenus avec le couplage critique ; mais, on peut élargir légèrement la bande passante, sans perte de gain sensible à la fréquence correspondant à ω_0, en faisant un couplage un peu plus serré que le couplage critique.

A gain égal, la bande passante obtenue avec un couplage critique est plus large que celle qu'on obtient avec un unique circuit accordé ; ceci est favorable à la réception des ondes modulées qui occupent une bande de fréquences située de part et d'autre de la fréquence de l'onde porteuse ; ces bandes dites latérales contiennent l'information et doivent être reçues avec un gain qui soit indépendant de la fréquence, dans l'étendue de ces bandes ; le circuit de couplage idéal devrait donner une courbe rectangulaire ; avec le couplage critique, on se rapproche de cette forme idéale.

Nous avons représenté, sur la même figure, en (1) la courbe correspondant au couplage critique, en (2) celle qui correspond au couplage serré, en (3) celle qui correspond au couplage lâche, en (4) celle d'un circuit accordé unique, enfin, en (5) la forme de courbe idéale (fig. 32).

Le couplage lâche ne présente aucun intérêt, car, il donne, à la fois, un gain faible et une bande passante faible ; c'est avec un couplage critique ou un peu plus serré qu'on obtient les meilleurs résultats.

Les calculs des circuits couplés sont complexes et on pourra se contenter d'en connaître les résultats.

CIRCUITS DIFFÉRENTIATEURS

Considérons le circuit de la figure 29 et supposons que la réactance de la bobine est beaucoup plus petite que la résistance R et que la charge a une impédance Z suffisamment grande pour que le courant qui la traverse soit négligeable par rapport à celui qui traverse R et $L\omega$.

$L\omega$ étant faible, comparée à R, le courant ne dépend que de la valeur de R.

$$i \approx \frac{U_e}{R} .$$

La tension de sortie est prise aux bornes de L ; c'est une f.é.m. d'auto-induction dont la valeur instantanée est :

$$u_s = L \frac{di}{dt} \approx \frac{L}{R} \frac{du_e}{dt}.$$

La tension de sortie est proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée par rapport au temps.

Examinons, maintenant, le circuit de la figure 30 et supposons que le terme $1/C\omega$ soit beaucoup plus grand que R.

La tension d'entrée est, pratiquement, aux bornes de C. Le courant dans le circuit est :

$$i = \frac{dq}{dt} \approx C \frac{du_e}{dt}.$$

La tension de sortie est égale à $R \cdot i$:

$$u_s = R \cdot i \approx RC \frac{du_e}{dt}.$$

Elle est encore proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée.

Pour cette raison, ces circuits sont appelés *différentiateurs* ou *dérivateurs.*

FIG. IX-33 et 34. — Circuits différentiateurs ou dérivateurs.

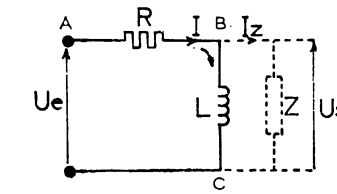


FIG. 33

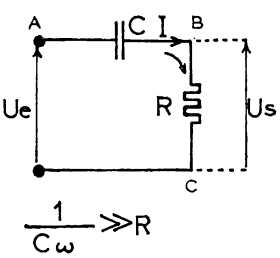


FIG. 34

COMPORTEMENT D'UN CIRCUIT DIFFÉRENTIATEUR EN PRÉSENCE DE SIGNAUX RECTANGULAIRES

Des signaux rectangulaires sont des signaux en forme de créneaux. Les flancs verticaux du signal seraient ceux d'une sinusoïde de fréquence infinie. (Elle devrait atteindre sa valeur maximale en un temps nul). Les parties horizontales du signal correspondent à une tension constante, équivalente à une tension continue (fréquence 0).

Circuit de la figure 33

Appliquons des signaux rectangulaires de rapport cyclique constant et égal à 1 et de fréquence de répétition constante, à l'entrée de circuit de la figure 33.

Supposons que le bas de la partie verticale corresponde au potentiel 0 et que la hauteur du flanc vertical corresponde à U_e. La montée de la tension est si brutale que le courant n'a pas le temps de s'établir ($L\omega$ est infinie) ; la tension aux bornes de R est nulle et toute la tension U_e apparaît aux bornes de L ; $U_s = U_e$.

Pendant la durée du palier horizontal, la tension U_e reste constante ; le courant va s'établir dans le circuit et sa loi d'établissement va dépendre de la constante de temps L/R.

La valeur finale du courant dépendra des valeurs relatives de la durée du palier horizontal et de la constante de temps. Au bout d'un temps égal à $5 \cdot L/R$, le courant atteint 99 % de sa valeur maximale ; on peut le considérer comme établi. A ce moment, la tension est entièrement aux bornes de R et la tension de sortie est nulle.

1re cas : La constante de temps est très grande, comparée à la durée du palier horizontal $T/2$ (T étant la durée d'un signal complet). Le courant n'a pratiquement pas le temps de s'établir et la tension aux bornes de L reste égale à

U_e. Pendant le flanc descendant du signal, la tension de sortie tombe instantanément à 0, en même temps que U_e. (I ayant toujours été nulle, aucune énergie n'a été emmagasinée par L et elle n'a rien à restituer).

2e cas : La constante de temps est égale à 1/5 de $T/2$. Il s'écoule 5 constantes de temps pendant la durée du palier horizontal ; le courant s'établit complètement suivant une loi exponentielle et $U_e = RI$; comme $U_s = U_e - RI$; U_s est nulle. La tension U_e retombe, alors, à 0, en un temps, théoriquement nul et comme le courant n'a pas le temps de se modifier en un temps aussi court, une tension, égale à U_e, va subsister aux bornes de R, A étant plus positif que B ; U_{BA} étant négative et égale à U_e, si le point A est porté au potentiel 0, par le flanc descendant du signal, la tension au point B passera à $-U_e$. La tension U_e restant, alors, nulle pendant un temps égal à $T/2$, le courant va pouvoir disparaître suivant une loi exponentielle et ramener le potentiel du point B à 0. U_s qui est la tension U_{BC} passera de $-U_e$ à 0.

Les cas 1 et 2 sont des cas particuliers ; si la constante de temps est inférieure à 1/5 de $T/2$, le courant s'établira plus vite et U_s retombera rapidement à 0, elle passera à $-U_e$ pendant le flanc descendant, puis retournera rapidement à 0.

Si la constante de temps est supérieure à 1/5 de $T/2$, le courant ne s'établira pas complètement ; la tension de sortie, au moment du flanc descendant, prendra une valeur négative égale à la tension aux bornes de R ; $U_s = -RI$.

Si $T/2$ est inférieur à $\tau/10$, U_s est une reproduction fidèle de U_e (fig. 36).

Circuit de la figure 34

Pendant le flanc de montée, le condensateur n'a pas le temps de se charger et toute la tension est aux bornes de R ; $U_s = U_e$.

Pendant la durée du palier horizontal, le condensateur va se charger à travers R, si la constante de temps de charge est faible devant $T/2$. Si CR = 1/5 de $T/2$, le condensateur aura le temps de se charger complètement (à 99 %) et toute la tension se trouvant aux bornes du condensateur, la tension U_s qui est la tension aux bornes de R, sera nulle. Pendant le flanc descendant, le condensateur n'aura pas le temps de modifier sa charge et il appliquera une tension égale à $-U_e$, aux bornes de R. Pendant le temps où U_e est nulle, le condensateur se déchargera à travers R et U_s passera de $-U_e$ à 0.

Le signal de sortie ne sera une reproduction fidèle du signal d'entrée que si la constante de temps est grande par rapport à la demi-période de répétition du signal rectangulaire.

Les dessins de la figure 32 donnent la forme du signal de sortie pour différents rapports τ/T.

Dans les liaisons $R-C$, entre tubes ou transistors, on trouve des circuits différentiateurs ; leur étude permet de fixer le choix des éléments C et R pour obtenir une reproduction correcte d'un signal rectangulaire de fréquence donnée ; ce circuit intéresse le domaine des fréquences basses.

Une constante de temps faible par rapport à $T/2$ permet de transformer des signaux rectangulaires en impulsions très pointues qu'on utilise à la synchronisation des bases de temps des oscilloscopes ou téléviseurs.

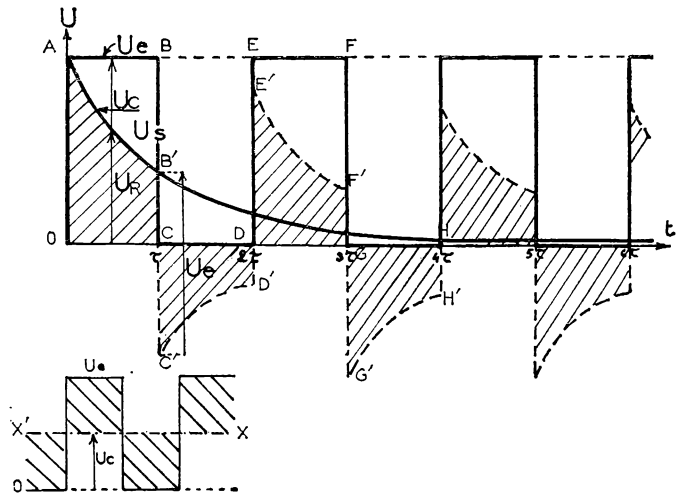


FIG. IX-35. — Réponse d'un circuit différentiateur attaqué par des signaux rectangulaires. Le signal se répartit, également, de part et d'autre du niveau 0, le condensateur de liaison tendant à éliminer la composante continue du signal rectangulaire.

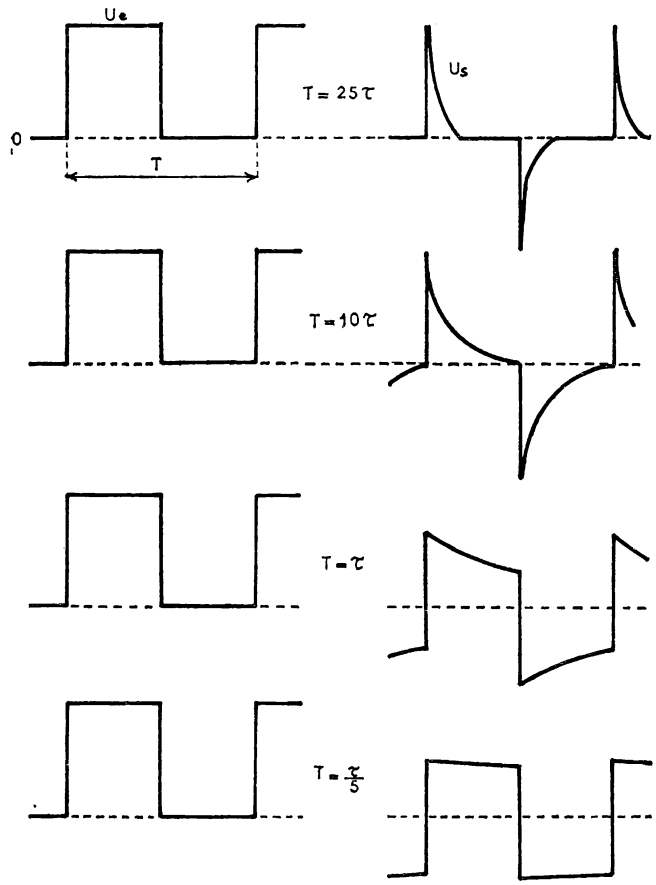


FIG. IX-36. — Suivant le rapport entre la période des signaux rectangulaires et la constante de temps du circuit différentiateur, le signal de sortie se présente sous la forme de pointes ou conserve la forme du signal d'entrée (à gauche).

On choisira le rapport T/τ suivant le résultat désiré.

CIRCUITS INTÈGRATEURS

Considérons le circuit de la figure 37 et supposons que R soit beaucoup plus petite que $L\omega$. Toute la tension est pratiquement aux bornes de l'inductance :

$$u_e \approx L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{d}i = \frac{1}{L} \int u_e \, \mathrm{d}t \,,$$

$$u_s = R_i = \frac{R}{L} \int u_e \, \mathrm{d}t \,.$$

La tension de sortie est proportionnelle à l'intégrale de la tension d'entrée.

Pour le circuit de la figure 38, on suppose que R est beaucoup plus grande que $1/C\omega$, si bien que la tension d'entrée est presque, entièrement, aux bornes de R.

$$i \approx \frac{u_e}{R} \,.$$

Or :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C \frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} \,.$$

En égalant les valeurs de i, on peut tirer $\mathrm{d}u_s$:

$$\mathrm{d}u_s = \frac{1}{RC} u_e \, \mathrm{d}t \,; \quad u_s = \frac{1}{RC} \int u_e \, \mathrm{d}t \,.$$

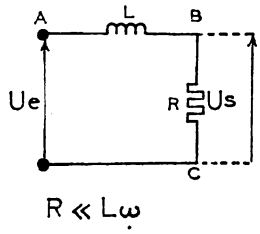


FIG. 37

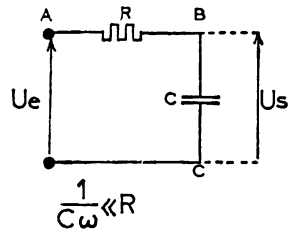


FIG. 38

FIG. IX-37 et 38. — Circuits intégrateurs.

La tension de sortie est encore proportionnelle à l'*intégrale* de la tension d'entrée d'où le nom d'*intégrateurs*, donné à ces circuits.

RÉPONSE D'UN CIRCUIT INTÉGRATEUR ATTAQUÉ PAR DES SIGNAUX RECTANGULAIRES

Prenons le cas du circuit *R-C*. Si la constante de temps *CR* était nulle, le condensateur se chargerait en un temps nul, donc, pendant la montée verticale du signal. Une fois chargé, le condensateur conserverait sa tension de charge, égale à U_e, pendant la durée du palier horizontal ; il se déchargerait, instantanément, pendant la descente de la tension d'entrée ; le signal de sortie serait identique au signal d'entrée. (Le circuit différentiateur donne un signal de sortie parfait pour τ infinie).

Si la constante de temps était très grande, le condensateur ne pourrait pas se charger et la tension de sortie serait pratiquement nulle.

Pour des constantes de temps relativement petites, le condensateur, qui ne peut se charger pendant la montée trop rapide de la tension d'entrée, va se charger pendant la durée du palier horizontal et, suivant la valeur de la constante de temps, d'une part, et la durée du palier, d'autre part, il se chargera plus ou moins complètement. Pendant la descente de la tension d'entrée, il ne pourra modifier sa charge ; mais, il se déchargera pendant le temps où la tension d'entrée restera nulle. La forme du signal de sortie sera une de celles données sur la figure 35. on ne sera pas sans remarquer que ces signaux représentent la différence entre le signal d'entrée et le signal différentié.

Ce résultat n'est pas surprenant puisque dans le schéma de la figure 34, on prend la tension de sortie aux bornes de *R* alors que dans celui de la figure 38, on la prend aux bornes de *C* ; or, la tension d'entrée est la somme vectorielle de U_R et de U_C.

Aux fréquences élevées, les liaisons *R-C* se comportent comme des circuits intégrateurs, la tension de sortie étant prélevée aux bornes des capacités parallèles.

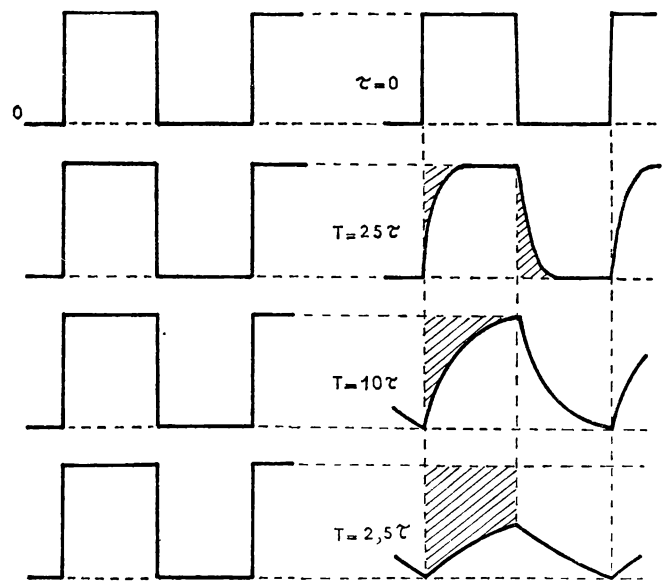


FIG. IX-30. — Comme pour les circuits différentiateurs, la forme du signal de sortie dépend du rapport entre la période des signaux rectangulaires et la constante de temps du circuit. Les signaux obtenus avec un circuit intégrateur représentent la différence entre le signal d'entrée et le signal différentié.

On utilise les circuits intégrateurs à la production de tensions en forme de dents de scie, dans les bases de temps, et, surtout, dans les calculateurs analogiques pour résoudre les équations différentielles.

L'étude des amplificateurs est facilitée par l'examen, sur l'écran d'un oscilloscope, de leur comportement vis-à-vis des signaux rectangulaires. Une déficience dans le domaine des fréquences basses donne des signaux différentiés alors qu'une déficience dans le domaine des fréquences élevées se traduit par des signaux intégrés.

Remarque :

Nous avons supposé avoir affaire à des signaux rectangulaires parfaits : montée et descente en un temps nul et palier rigoureusement horizontal. Il est impossible d'obtenir de tels signaux, mais, la montée peut se faire en un temps négligeable par rapport à la durée des signaux à observer. Les bascules permettent d'obtenir des signaux pratiquement rectangulaires, dans certaines limites de fréquences.

PRINCIPE DE DUALITÉ

Si on examine les formules qui conviennent le mieux à l'étude des circuits « série » et « parallèle », on constate une grande analogie entre ces formules.

SERIE	*PARALLELE*	
$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$	$G = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots$	$(G = 1/R)$
$U = RI$	$I = GU$	
$U = U_1 + U_2 + U_3$	$I = I_1 + I_2 + I_3$	
$Z = R + jL\omega$	$Y = G + jC\omega$	
$\cos \varphi = R/Z$	$\cos \varphi = G/Y$	

On voit que les formules sont les mêmes, à condition de remplacer, pour passer, du circuit série au circuit parallèle :

R par G ; Z par Y ; U par I ; I par U ; L par C ; C par L.

Le générateur de Norton n'est rien d'autre que le générateur de Thévenin transformé en appliquant le principe de dualité.

COMPORTEMENT D'UN CONDENSATEUR EN PRÉSENCE D'UN COURANT ALTERNATIF SUPERPOSÉ A UN COURANT CONTINU

En électronique, les électrodes des composants actifs : tubes et transistors, sont polarisées par des tensions continues qui fixent leur potentiel moyen, par rapport à un potentiel de référence : *la masse.*

Une tension alternative fait varier le potentiel moyen des électrodes.

Des condensateurs sont utilisés pour réunir des électrodes qui sont à des potentiels continus différents (condensateurs de liaison) ou pour maintenir une électrode à un potentiel aussi fixe que possible, en la soustrayant aux fluctuations des courants alternatifs superposés (condensateurs de découplage).

Un condensateur est toujours associé à une résistance équivalente à la totalité des résistances à travers lesquelles il se charge ou se décharge. La constante de temps du circuit est égale au produit de la capacité du condensateur par la résistance équivalente au circuit de charge de ce condenstaur.

En l'absence de tension alternative, le condensateur se charge sous l'action de la tension continue appliquée entre ses armatures et la durée de cette charge est pratiquement de cinq constantes de temps (charge à 99 %). Quand le condensateur est chargé, il ne joue plus aucun rôle. Aucun courant ne circule dans son circuit.

Quand la tension alternative intervient, elle tend à faire varier la tension continue, de part et d'autre de sa valeur moyenne. Pour passer de 0 à $+U_M$, la tension alternative met un quart de période : $T/4$. Si ce temps est faible,

par rapport à la constante de temps CR, le condensateur n'aura pas le temps de modifier sa charge d'une façon appréciable et la tension entre ses armatures restera pratiquement constante.

L'amplitude de la tension alternative ne peut dépasser la tension continue moyenne. Si on s'arrange, comme on a l'habitude de le faire, pour que : $1/C\omega = R/10$ (règle du dixième), on a :

$$\omega \cdot CR = 10 \; ; \quad 2\pi/T = 10/CR \; ; \quad T/4 = 2\pi \cdot CR/4 \times 10 = 0{,}157\ CR.$$

Si on consulte la courbe de charge d'un condensateur, on constate que pour 0,157 CR, la tension entre les armatures atteint 0,05 U_M. Le potentiel continu moyen variera, au plus de 5 %.

Si une des armatures est à la masse, l'électrode, reliée à l'autre armature, se maintiendra à un potentiel constant. C'est le rôle joué par les condensateurs de découplage.

Si les deux armatures relient des électrodes qui sont à des potentiels continus différents, en l'absence de tension alternative, le condensateur se charge à la différence de potentiel continue existant entre ses armatures. Si une tension alternative fait varier le potentiel d'une de ses armatures, l'autre armature restant à un potentiel fixe, le condensateur tendra à modifier sa charge et à prendre, entre ses armatures, la nouvelle différence de potentiel qui y est appliquée. Cela ne sera possible que si la variation de potentiel est suffisamment lente pour que le condensateur ait le temps de modifier sa charge. Si on choisit la valeur de C, de façon que la constante de temps soit grande devant la période de la variation alternative, la tension entre les armatures de C restera, pratiquement, constante et les variations du potentiel de l'armature soumise à la tension alternative seront, intégralement, transmises à l'autre armature.

C'est le rôle dévolu aux condensateurs de liaison qui doivent transmettre des tensions alternatives entre des points portés à des potentiels continus différents.

Si l'armature A_1 est portée à un potentiel continu de 8 V, et l'armature A_2, à un potentiel continu de 5 V, le condensateur se chargera et une tension de 3 V existera entre ses armatures.

Si on applique, à A_1, une tension alternative variant de ± 5 V, le potentiel de A_1 variera entre 13 V et 3 V. Comme la tension aux bornes de C se maintient à 3 V, le potentiel de A_2 variera de $13-3 = 10$ V à $3-3 = 0$. soit de ± 5 V de part et d'autre de 5 V. Les deux armatures subiront les mêmes variations.

PROBLÈMES

1. Calculer l'intensité du courant dans le circuit de la figure 1. Les deux générateurs produisent des courants de même fréquence.

Application numérique : $E_1 = 10$ V ; $E_2 = (3-4j)$ V ; $Z = (2+5j)\,\Omega$; $R = 2\,\Omega$.

2. 1) En appliquant la loi des mailles, calculer l'intensité du courant dans Z (fig. 2).

2) Même calcul, en appliquant le théorème de Thévenin.

3) Remplacer les générateurs de tension par des générateurs de courant équivalents. Calculer la tension entre A et B et le courant dans Z.

Application numérique : $E_1 = 5$ V ; $E_2 = (2+j)$ V ; $R_1 = 1\,\Omega$; $R_2 = 3\,\Omega$; $Z = (1+4j)\,\Omega$.

3. Montrer que, s'il y a résonance $\left(\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}\right)$ (fig. 3).

1) le courant dans R est indépendant de R ;

2) qu'il en serait, de même, si on plaçait R en // avec C au lieu de la mettre en // avec L.

4. Montrer 1° que si $R_1 = R_3$, la tension U_{BF} est constante et indépendante des valeurs de R_2 et de C.

2° que ce système peut permettre de réaliser un déphaseur donnant, entre B et F, une tension constante, mais de phase variable si, C étant constante, on fait varier R_2 ou réciproquement (fig. 4).

5. En utilisant le théorème de Kennely, trouver la résistance équivalente au circuit suivant (fig. 5).

6. Trouver les courants circulant dans les branches du circuit suivant : (fig. 6) et le courant total, sachant que :

$U = 100 \cos (5\,000\ t+45°)$; $R_1 = 5\,\Omega$; $L = 1{,}73$ mH ; $R_2 = 3\,\Omega$; $C = 50\ \mu$F.

Ce circuit est équivalent à une résistance, en série avec une réactance. Calculer les valeurs de ces deux éléments.

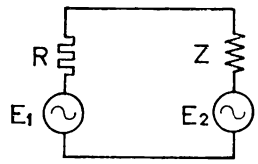


FIG. 1

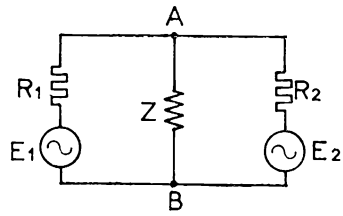


FIG. 2

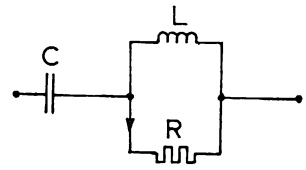


FIG. 3

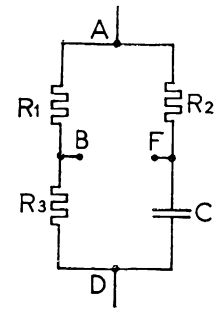


FIG. 4

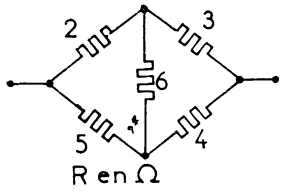


FIG. 5

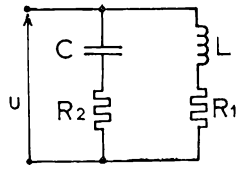


FIG. 6

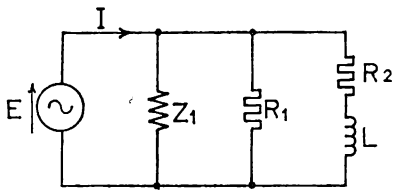


FIG. 7

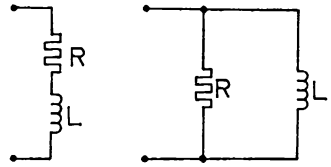


FIG. 8

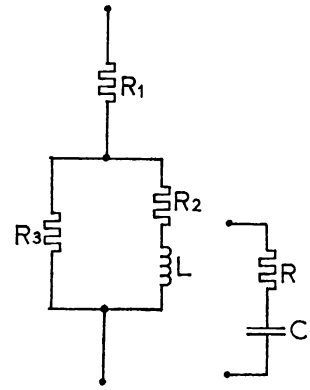
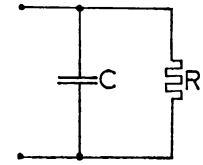


FIG. 9



FIG, 10

7. Trouver l'impédance Z_1 du circuit de la figure 7, sachant que :

$E = 50 \underline{/60^\circ}$ V ; $I = 31{,}5 \underline{/24^\circ}$ A ; $R_1 = 10\,\Omega$; $R_2 = 4\,\Omega$; $X_L = 3j$.

8. Sachant que ces deux circuits sont équivalents, calculer R_p et L_p en fonction de R_s et L_s (fig. 8).

9. Trouver l'impédance équivalente au circuit suivant (fig. 9).

10. En utilisant les courbes universelles, tracer la courbe de réponse des circuits suivants (fig. 10), sachant que :

$$R = 50\,\Omega \quad \text{et} \quad C = 500 \text{ nF}.$$

11. Un circuit comprend une bobine, d'inductance L et de résistance R, placée en parallèle avec un condensateur de capacité C. Désignons par Q_0 le coefficient de qualité du circuit à la fréquence de résonance série : f_0.

Montrer que l'impédance imaginaire est nulle pour une pulsation : $\omega = \omega_0 \sqrt{1-1/Q_0{}^2}$ et, qu'à cette pulsation : $Z = RQ_0{}^2$.

12. Le circuit de la figure 11 (2) est celui d'un atténuateur compensé. L'entrée se fait, entre A et B, et la sortie se fait entre D et B. R_1 et R_2 forment un diviseur de tension, indépendant de la fréquence du courant qui l'alimente, si aucun phénomène capacitif ne se manifeste aux bornes de l'une ou l'autre résistance.

Supposons qu'une capacité parasite C existe aux bornes de R_2 (1). Montrez que, si on suppose que le circuit est alimenté par un générateur à tension constante (R_g nulle), il y a une atténuation de 3 dB supplémentaire à la fréquence pour laquelle la réactance de C est égale à la résistance équivalente à R_1 et R_2, en parallèle.

Si on place, aux bornes de R_2, une capacité C_2, suffisamment grande pour que C soit négligeable devant elle, et aux bornes de R_1, une capacité C_1, telle que l'on ait : $C_1R_1 = C_2R_2$, montrez que, à toutes les fréquences, la tension U_{DB} est :

$$U_{DB} = U_{AB} \frac{R_1}{R_1+R_2}.$$

(voir figure 11 : page 133)

13. Le schéma de la figure 12 représente deux cellules atténuatrices C et R, montées, en cascade. Calculer l'atténuation produite par ce circuit à la pulsation $\omega_0 = 1/RC$, c'est-à-dire le rapport U_{s2}/E exprimé en décibels. Quelle serait l'atténuation si la deuxième cellule CR n'existait pas ? (U_{s1}/E en décibels).

14. La figure 13 représente le schéma d'un atténuateur qui adapte l'impédance, placée à la sortie, à celle du générateur qui l'attaque. Le générateur voit tout le circuit, placé à sa droite, avec une impédance Z_s ; la charge de sortie, ayant une impédance Z_s, voit tout le circuit, placé à sa gauche, avec une impédance Z_s.

Etablir les formules permettant de calculer les résistances R_1 et R_2 en fonction de l'impédance Z_s et du rapport

$$K = U_{CD}/U_{AB}.$$

Calculer les résistances R_1 et R_2 pour les valeurs suivantes :

a) $Z_s = 600\ \Omega$ et K correspond à une atténuation de 6 dB.

b) $Z_s = 75\ \Omega$ et K correspond à une atténuation de 20 dB.

On supposera que Z_s n'est pas réactive et est équivalente à une résistance.

Quelle serait l'atténuation produite par deux atténuateurs semblables, placés à la suite l'un de l'autre, le dernier étant chargé par Z_s, dans les deux cas *a* et *b* ?

15. Un amplificateur a une résistance d'entrée égale à 1 MΩ. Il débite sur une charge de 16 Ω.

Quand on applique une tension de 0,25 V, à l'entrée, on recueille une tension de 5 V, aux bornes de la charge placée à la sortie.

Calculer :

a) l'amplification de tension U_s/U_e ;
b) l'amplification d'intensité I_s/I_e ;
c) l'amplification de puissance P_s/P_e ;
d) le gain en puissance exprimé en décibels.

16. Le niveau 0 dB, correspond à une puissance de 1 mW, obtenue aux bornes d'une impédance de 600 Ω. A quelle tension correspond ce niveau ? (Z non réactive).

17. Un amplificateur a une résistance d'entrée de 1,5 kΩ et il débite sur une résistance de charge de 8 Ω. Son gain en puissance est 80 dB.

Calculer :

a) l'amplification de tension de l'amplificateur ;
b) l'amplification d'intensité ;
c) la tension d'entrée nécessaire pour obtenir une puissance de 30 W, sur la charge de sortie.

18. Les dessins de la figure 14 montrent comment réagissent des circuits RC ou RL à des « échelons de tension ». On appelle, ainsi, le passage, en un temps nul, d'une tension, de la valeur 0 à une valeur finie. C'est ce qui a lieu quand on alimente un circuit par un générateur de tension continue, lorsqu'on ferme l'interrupteur ; la tension du générateur est brutalement appliquée au circuit.

On demande de justifier les graphes représentant la tension de sortie des divers circuits, en ne faisant appel qu'aux propriétés des inductances et condensateurs et aux lois d'établissement de la tension ou du courant dans les circuits inductifs ou capacitifs. (Les graphes montrent ce qu'on observerait si on examinait U_s, sur l'écran d'un oscilloscope, au moment où on ferme K).

19. Le circuit de la figure 15 peut être alimenté par un générateur à tension constante $E = 10$ V. Il est constitué d'un diviseur de tension formé par les résistances : $R_1 = 10$ kΩ et $R_2 = 30$ kΩ.

a) En supposant que le circuit se limite à ces deux résistances, dessiner le graphe de la variation de la tension de sortie, en fonction du temps ; on ferme K au temps $t = 0$.

b) On met un condensateur ayant une capacité de 200 nF, en parallèle avec R_2. Dessiner le graphe de la variation de U_s, en fonction du temps. Quelle est la constante de temps de charge de C ? On prendra les échelles suivantes $U_s = 1$ cm/V ; $t = 1$ mm/μs.

On ferme K, au temps $t = 0$ et on l'ouvre au bout d'un temps $t = 90$ μs. Quelle est la constante de décharge de C ? Tracer, en fonction du temps, le graphe de la variation de U_s. On utilisera les mêmes échelles que précédemment.

c) Tracer les mêmes graphes, en supposant que C est aux bornes de R_1. Fermeture de K, au temps $t = 0$ et ouverture au bout de 90 μs.

d) Déduire des résultats obtenus en *b* et *c*, que si on laisse C, aux bornes de R_2 et que si on met, en parallèle avec R_1, un condensateur C' tel que : $CR_2 = C'R_1$, on retrouvera les résultats obtenus en *a*.

20. Une bobine réelle est équivalente à une inductance l de 10 mH, en série avec une résistance de 40 Ω, l'ensemble étant shunté par une capacité de 2,5 pF.

a) Quelle est la fréquence de résonance propre de cette bobine ?

b) Quelle serait la valeur de la capacité extérieure qu'il faudrait mettre, en parallèle avec la bobine, pour l'accorder sur une fréquence de 200 kHz ?

c) Calculer, à 200 kHz, les valeurs apparentes L, R et Q.

d) Calculer, à la fréquence de résonance propre, les valeurs de L, R et Q. Que constatez-vous pour L et Q ?

21. Un circuit intégrateur est constitué d'une résistance de 2 kΩ et d'un condensateur de capacité égale à : 10 nF. On l'attaque par un générateur de signaux rectangulaires de rapport cyclique égal à 1. Quelle devra être la fréquence maximale du signal d'entrée pour que l'amplitude maximale du signal intégré reste égale à l'amplitude maximale du signal d'entrée ?

22. Avec les mêmes composants que dans le problème précédent, on réalise un circuit différentiateur.

Quelle doit être la fréquence maximale des signaux d'entrée pour que le signal de sortie atteigne la tension : $U_s = 0$? A quelle fréquence, le signal de sortie, atteindrait-il 63 % de son amplitude maximale, à la fin du palier horizontal ? Même question pour 95 % ; 99 % ?

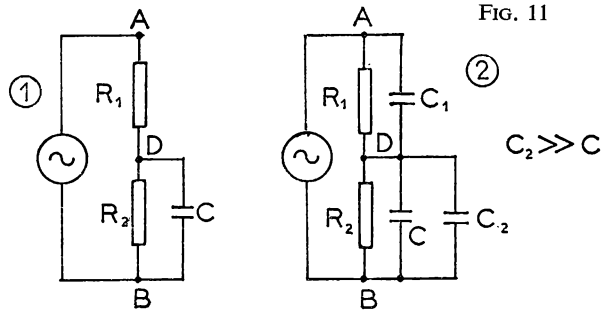


FIG. 11

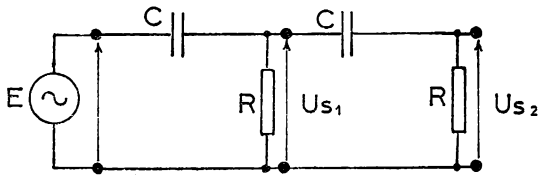


FIG. 12

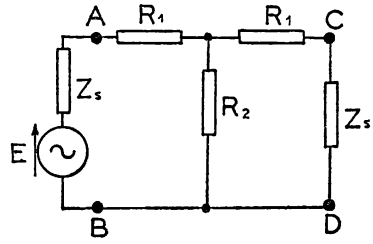


FIG. 13

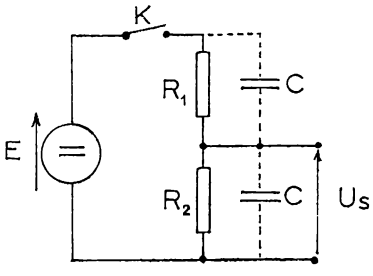
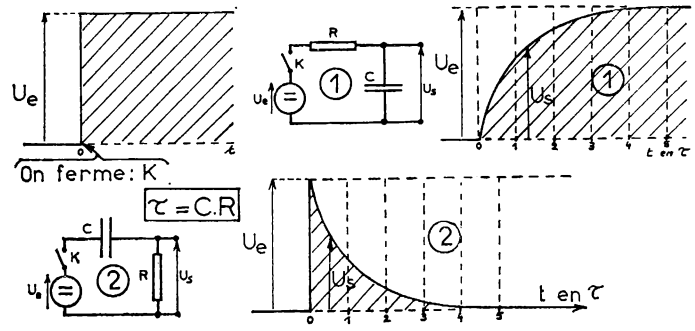


FIG. 15



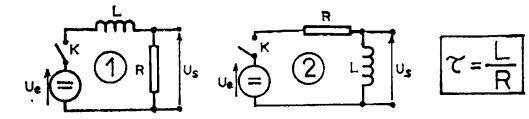


FIG. 14

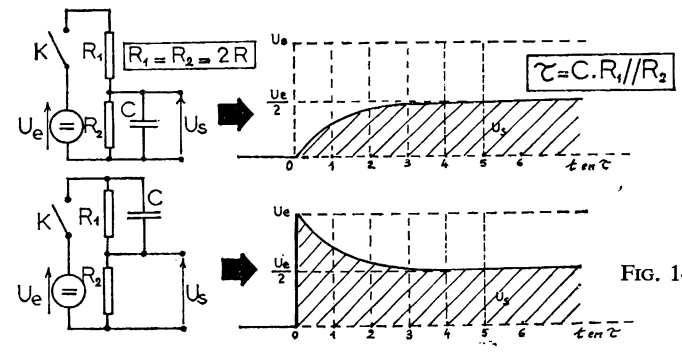


FIG. 14

CHAPITRE X

RÉACTION ET CONTRE-RÉACTION

PRINCIPE

La réaction consiste à faire réagir le signal de sortie d'un amplificateur sur le signal d'entrée.

Il existe plusieurs types de réaction qui se distinguent par les critères suivants :

a) la relation de phase existant entre le signal de réaction et le signal d'entrée ;

b) la façon dont est prélevé, à la sortie, le signal de réaction ;

c) la façon dont le signal de réaction est appliquée à l'entrée.

Relation de phase

Si le signal de réaction a une composante « *en phase* » avec le signal d'entrée, il renforce ce signal : on dit que la réaction est « positive » ou qu'on a affaire à une « réaction » (fig. X-1).

Si le signal a une composante, « *en opposition de phase* » avec le signal d'entrée, il tend à diminuer le signal d'entrée, on dit que la réaction est « négative » ou qu'on a affaire à une « contre-réaction » (fig. X-2).

Façon dont est prélevé le signal de réaction

Si le signal est prélevé sur une impédance placée entre les bornes de sortie, ce signal est *proportionnel à la tension de sortie* ; on a affaire à une réaction ou une contre-réaction « de tension ». L'impédance, sur laquelle on prélève le signal de réaction, doit être suffisamment grande pour ne pas perturber le circuit de sortie.

Si le signal de réaction est prélevé, aux bornes d'une impédance, placée en série avec le circuit de sortie, et suffisamment petite pour ne pas perturber le circuit de sortie, ce signal est *proportionnel à l'intensité du courant de sortie* ; on a affaire à une réaction ou à une contre-réaction « d'intensité ».

Façon dont le signal de réaction est appliqué à l'entrée

Si le signal de réaction est appliquée « en série » avec le circuit d'entrée, la réaction est du type « série ».

Si le signal de réaction est appliqué « en parallèle » avec le circuit d'entrée, la réaction est du type « parallèle ».

DIVERS TYPES DE RÉACTION

On peut donc trouver des réactions ou contre-réactions des types suivants :

de tension, série ou *de tension, parallèle* ;

d'intensité, série ou *d'intensité, parallèle.*

Le signal de réaction étant appliqué par des connexions extérieures à l'amplificateur, le fonctionnement interne de cet amplificateur n'est pas modifié par l'application de la réaction ; mais, si l'on considère l'amplificateur et sa boucle de réaction, comme formant un tout, l'ensemble équivaut à un nouvel amplificateur ayant des propriétés différentes de celles de l'amplificateur, sans circuit de réaction.

Les amplifications, les résistances d'entrée et de sortie, notamment, seront modifiées.

On supposera, pour simplifier l'étude, que, dans le cas d'une réaction positive, la tension de sortie est, rigoureusement, « en phase » avec la tension d'entrée et que, dans le cas de la réaction négative, les tensions d'entrée et de sortie sont, rigoureusement, « en opposition de phase ». Cela revient à considérer les éléments passifs du circuits comme « non réactifs », c'est-à-dire, à les assimiler à des résistances.

Nous verrons, par la suite, ce qui se passe, quand il n'en est pas ainsi.

FIG. 1 FIG. 2

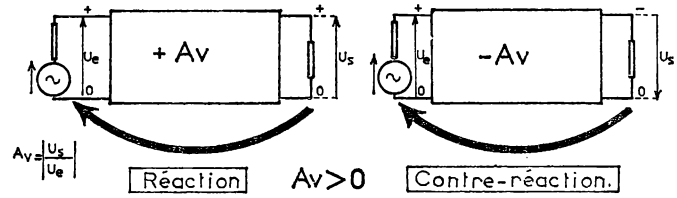


FIG. X-1. — Amplificateur soumis à une réaction positive.

FIG. X-2. — Amplificateur soumis à une réaction négative ou contre-réaction.

Un amplificateur peut être assimilé à un quadripôle, ayant deux bornes d'entrée, alimenté par un générateur de tension ou de courant, extérieur à l'amplificateur. Le circuit d'entrée intérieur se réduirait à une résistance : R_e qui, lorsqu'on appliquerait, entre ses extrémités, une tension d'entrée u_e, serait parcourue par un courant d'entrée i_e.

Le circuit de sortie, interne, serait composé, dans la représentation de Thevenin, d'un générateur de tension, ayant pour f.é.m. $A_{v_0} \cdot u_e$ et pour résistance interne, la résistance de sortie : R_s de l'amplificateur ; ce générateur débiterait sur une charge R_u, placée entre les bornes de sortie (fig. X-3).

A_{v_0} designerait l'amplification de tension de l'amplificateur quand la sortie est en circuit ouvert : R_u infinie.

Quand R_u serait en circuit, l'amplification de tension serait A_v représentant le rapport entre la tension de sortie u_s et la tension d'entrée u_e.

$$A_v = \frac{u_s}{u_e} = A_{v_0} \frac{R_u}{R_s + R_u} .$$

On pourrait, tout aussi bien, concevoir le circuit de sortie du quadripôle, comme étant alimenté par un générateur de courant, débitant son courant de court-circuit dans R_s et R_u, en parallèle, suivant la représentation de Norton.

Le générateur de courant débiterait un courant : $A_{i_0} \cdot i_e$ et l'amplification de courant, vue de R_u, serait A_i, telle que :

$$A_i = A_{i_0} \frac{R_s}{R_s + R_u} = \frac{i_u}{i_e} .$$

On déduirait A_{i_0} de A_{v_0}, à l'aide des formules de transformation : Thevenin-Norton.

$$A_{i_0} = \frac{A_{v_0} \cdot u_e}{R_s \cdot i_e} = \frac{A_{v_0} \cdot R_e}{R_s} .$$

$A_{i_0} \cdot i_e$ est le courant, débité par le générateur de courant, dans R_u quand $R_u = 0$ (sortie en court-circuit) (fig. X-4).

FIG. 3

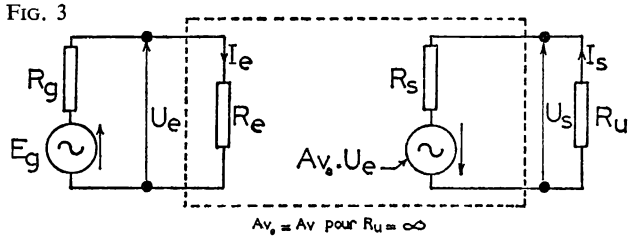


FIG. X-3. — Circuit équivalent à un amplificateur, avec un générateur de sortie à « tension constante ».

FIG. 4

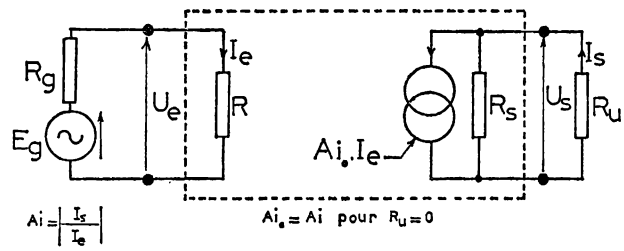


FIG. X-4. — Circuit équivalent à un amplificateur, avec un générateur de sortie à « courant constant ».

Conventions adoptées pour cette étude

Dans le cas d'une réaction positive, u_s est "en phase" avec u_e et A_v est positive. Dans le cas d'une réaction négative ou contre-réaction, u_s est "en opposition" de phase avec u_e et A_v est négative. Les formules sont les mêmes pour les deux types de réaction. Pour nous rapprocher du phénomène physique, nous étudierons, séparément, les deux types de réaction et nous désignerons par A_v, *la valeur absolue de l'amplification en tension* ; Il en sera de même pour A_i. Nous pensons que, par cette méthode, les conséquences de l'application d'une réaction, à un amplificateur, apparaissent plus clairement.

RÉACTION DE TENSION SÉRIE

Nous prélevons, à la sortie, une fraction : $n \cdot u_s$ de la tension de sortie, le diviseur de tension pouvant être R_u, elle-même, sur laquelle on aurait fait une prise intermédiaire, et nous introduisons cette tension, en « série » avec la tension d'entrée. Si l'amplification est grande, le courant d'entrée sera faible et ne perturbera pas le circuit de sortie (fig. X-5).

Comme, par hypothèse, nous avons supposé avoir une tension : u_s, à la sortie et que nous ne touchons pas à la partie interne de l'amplificateur, il est nécessaire, pour avoir u_s, à la sortie, de maintenir une tension u_e, à l'entrée de l'amplificateur.

Il est donc, indispensable, d'ajuster la tension fournie par le générateur attaquant l'entrée, pour que, avec ou sans circuit de réaction, la tension d'entrée demeure égale à u_e. Ceci est d'une importance capitale pour la compréhension des phénomènes de réaction.

Dans le cas d'une réaction *positive*, la tension $n \cdot u_s$, ramenée de la sortie à l'entrée, s'ajoute à la tension d'entrée. Il faudra, dans ce cas, diminuer la tension fournie par le générateur d'entrée, pour ramener la valeur de la tension d'entrée à sa valeur primitive u_e.

Soit u_g, la tension, à la sortie du générateur d'entrée.

Sans circuit de réaction $u_g = u_e$.

Désignons sa nouvelle valeur, par : u'_g.

Si $u'_g = u_g - nu_s$, la tension d'entrée sera, compte tenu de la tension $n \cdot u_s$, ramenée de la sortie, et qui s'ajoute à la tension d'entrée :

$$u'_e = (u_g - nu_s) + nu_s = u_g = u_e \ .$$

La tension d'entrée sera la même qu'avant, ainsi que nous le désirions.

Dans le cas d'une réaction *négative*, la fraction $n \cdot u_s$ de la tension de sortie se retranchera de la tension d'entrée ; il faudra augmenter la tension fournie par le générateur d'entrée, pour conserver, à u_e,, sa valeur. La tension de sortie du générateur sera, alors :

$$u'_g = u_g + nu_s$$

et la tension d'entrée, compte tenu du fait que $n \cdot u_s$ se retranche de la tension d'entrée :

$$u'_e = (u_g + nu_s) - nu_s = u_g = u_e \ .$$

On retrouvera, encore, la même tension d'entrée qu'avant.

RÉACTION POSITIVE DE TENSION, SÉRIE

Nous allons dire quelques mots de ce type de réaction, bien que le but de ce chapitre soit, essentiellement, l'étude de la réaction « négative ».

La tension d'entrée, avec réaction positive, est, avant la boucle de réaction, la tension u'_g et elle vaut $u_e - n \cdot u_s$.

Si A_v est l'amplification en tension : $\left|\frac{u_s}{u_e}\right|$, on a :

$$u'_g = u_e - nA_v u_e = u_e(1-nA_v) .$$

La valeur de u_s n'a pas changé, puisque nous avons modifié la tension d'entrée pour qu'elle demeure constante.

La valeur de l'amplification de tension, avec réaction positive, est :

$$A_{v_r} = \frac{u_s}{u'_g} = \frac{A_v u_e}{(1-nA_v)u_e} = \frac{A_v}{1-nA_v} .$$

Cette formule nous montre que, si le dénominateur devient nul, l'amplification devient infinie ; cela correspond à une entrée en oscillations de l'amplificateur. La réaction positive est, en effet, utilisée à la production de signaux sinusoïdaux ou autres, dans les oscillateurs.

Le courant d'entrée n'étant pas modifié, il est facile de voir que la résistance d'entrée de l'amplificateur, vue avant la boucle de réaction, est diminuée par la réaction positive puisqu'une tension d'entrée plus faible (u'_g au lieu de u_e) produit le même courant d'entrée.

$$R_{e_r} = \frac{u'_g}{i_e} = \frac{u_e(1-nA_v)}{i_e} = R_e(1-nA_v) .$$

Pour avoir un effet de réaction positive, sans entrée en oscillations de l'amplificateur, il faut que l'on ait :

$$n < \frac{1}{A_v} .$$

RÉACTION NÉGATIVE DE TENSION, SÉRIE (CONTRE-RÉACTION)

Si la réaction est négative, u_s est " en opposition de phase " avec u_e et u_s est négative ; $n \cdot u_s$ également ; $n \cdot u_s$ tend à se retrancher de u_e, mais on agit sur u_g pour conserver, à u_e, sa valeur initiale.

La tension d'entrée est :

$$u'_g = u_e + nu_s = u_e + nA_v u_e = u_e(1+nA_v) .$$

Amplification de tension avec C.R. de tension, série

L'amplification est :

$$A_{v_{cr}} = \frac{u'_g}{u_e} = \frac{A_v u_e}{u_e(1+nA_v)} = \frac{A_v}{1+nA_v} .$$

Le dénominateur ne peut devenir nul ; il est plus grand que 1. L'amplification de tension est diminuée par la C.R. de tension, série. Si nous désignons par m, le facteur $1+nA_v$, on a :

$$A_{v_{cr}} = \frac{A_v}{m} .$$

Un cas, particulièrement intéressant, est celui où $nA_v \gg 1$, car, il montre le but poursuivi dans l'application d'un circuit de contre-réaction à un amplificateur. En effet, dans ce cas :

$$A_{v_{cr}} \approx \frac{1}{n} .$$

A condition que l'amplification, sans C.R., (en boucle ouverte) reste grande, *l'amplification de tension de l'amplificateur, avec C.R., devient indépendante de l'amplificateur et ne dépend que d'éléments extérieurs à l'amplificateur.*

Exemple : Considérons un amplificateur, dont l'amplification en boucle ouverte : A_v, soit égale à 1 000 ; ramenons à l'entrée 1/10 de la tension de sortie. On aura :

$$A_{v_{cr}} = \frac{A_v}{1+nA_v} = \frac{1\,000}{1+(0{,}1\times 1\,000)} \approx 10 \qquad \text{soit : } 1/n.$$

Supposons que, par suite du vieillissement des composants, A_v devienne égal à 500. On aura, alors :

$$A_{v_{cr}} = \frac{500}{1+(0{,}1\times 500)} = 9{,}8.$$

Alors que l'amplification, sans C.R., a diminué de moitié, l'amplification, avec C.R., n'a diminué que de 2 %.

La C.R. de tension, série, stabilise l'amplification de tension de l'amplificateur.

Résistance d'entrée, avec C.R. de tension, série

Le courant d'entrée n'est pas modifié ; mais, pour le produire, il a fallu augmenter la tension d'entrée : (u_g au lieu de u_e). Tout se passe comme si la résistance d'entrée, en amont de la boucle de réaction, avait augmenté.

$$R_{e_{cr}} = \frac{u'_g}{i_e} = \frac{u_e(1+nA_v)}{i_e} = R_e(1+nA_v) = mR_e.$$

La C.R. de tension, série, augmente la résistance d'entrée.

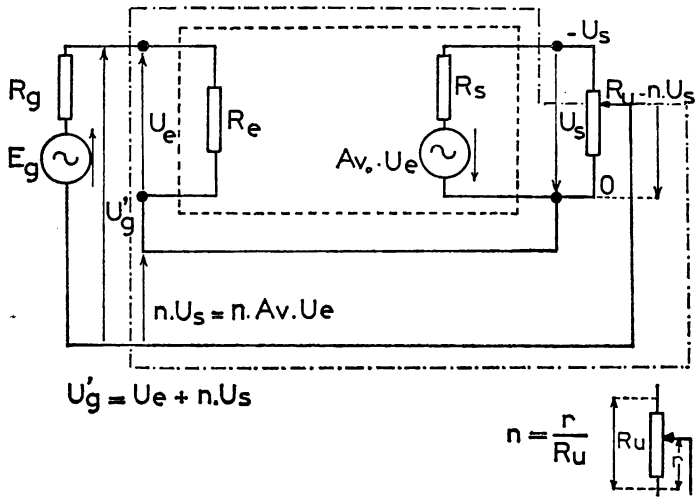


FIG. X-5. — Contre-réaction de tension, série, appliquée à un amplificateur. On obtient un nouvel amplificateur si on considère l'ensemble : amplificateur-circuit de contre-réaction.

Résistance de sortie avec C.R. de tension, série

Désignons, par i_s, le courant de sortie. On a la relation :

$$u_e = u'_g - n\,u_s.$$

Avec C.R., on a :

$$u_s = A_{v_0}(u'_g - n\,u_s) - R_s\,i_s$$

La relation devient :

$$u_s(1+nA_{v_0}) = A_{v_0}u'_g - R_s\,i_s$$

$$u_s = A_{v_0}u_e - R_s\,i_s. \qquad (1)$$

$$u_s = \frac{A_{v0}}{1+n\,A_{v0}}\,u'_g - \frac{R_s}{1+n\,A_{v0}}\,i_s. \qquad (2)$$

En comparant les relations (1) et (2), on voit que le circuit interne de sortie est, après application de la C.R., constitué d'un générateur de tension de f.é.m. :

$$\frac{A_{v0}}{1+n\,A_{v0}}\,u'_g$$

et de résistance intérieure égale à :

$$R_{scr} = \frac{R_s}{1+n\,A_{v0}}.$$

Si on désigne, par m_0, le facteur $1+n\,A_{v0}$, l'amplification de tension, à circuit de sortie ouvert, et la résistance de sortie sont divisées par m_0.

En résumé, l'action d'une C.R. de tension, série, est la suivante :

Elle divise l'amplification de tension par m.

Elle multiplie la résistance d'entrée par m.

Elle divise l'amplification, en boucle ouverte, par m_0.

Elle divise la résistance de sortie par m_0.

Si les caractéristiques de l'amplificateur apparaissent comme différentes, après application d'une contre-réaction, c'est qu'on compare la tension de sortie, non plus à u_e, mais à u'_g ; cette tension étant celle qui est appliquée à l'entrée de l'ensemble : amplificateur-boucle de réaction (fig. X-6).

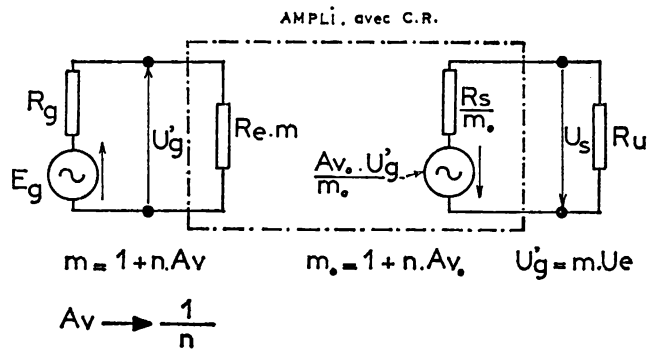


FIG. X-6. — Amplificateur équivalent à un amplificateur auquel on a appliqué une contre-réaction de tension, série.

Remarque :

Le courant fourni par le générateur d'entrée est le même, avec ou sans C.R. et le courant de sortie est le même puisque u_s est maintenue constante. *L'amplification d'intensité n'est donc pas modifiée par ce type de contre-réaction.*

Si le facteur n est égal à 1, on dit qu'on a une contre-réaction « totale ». Dans ce cas, si $A_v \gg 1$, l'amplification de tension tend vers 1 ; ce qui ne signifie pas que l'amplificateur soit inutile ; car un amplificateur est amplificateur de puissance. Si l'amplification de tension est à peine égale à 1, l'amplification d'intensité conserve sa valeur et l'amplification de puissance est égale à l'amplification d'intensité.

On rencontre la contre-réaction de tension, série, dans le montage à anode commune (cathode suiveuse) utilisant des tubes électroniques, dans le montage à collecteur commun (émetteur suiveur) utilisant des transistors bipolaires et dans le montage à drain commun (source suiveuse) utilisant des transistors à effet de champ à jonctions. Ces montages fonctionnent avec une « contre-réaction totale » ($n = 1$).

Nous n'avons étudié que l'action quantitative de la contre-réaction ; nous étudierons, plus loin, l'action qualitative qui justifie l'emploi de la contre-réaction, car les conclusions tirées de l'aspect quantitatif donneraient un bilan, plutôt négatif, l'amplification de tension étant, considérablement, diminuée.

CONTRE-RÉACTION D'INTENSITÉ, SÉRIE

Introduisons, en série avec R_u, une résistance R, suffisamment petite, comparée à R_u, pour ne pas modifier le courant de sortie, de manière appréciable. La tension aux bornes de R sera proportionnelle au courant de sortie. Introduisons R, dans le circuit d'entrée, de façon que la tension, aux bornes de R, soit, *en opposition de phase* avec la tension d'entrée. D'après ce qui a été dit précédemment, le générateur devra fournir une tension supplémentaire pour compenser la tension aux bornes de R, que nous désignerons par u_R (fig. X-7).

Sans C.R. on a : $u_g = u_e$.

Avec C.R. on a : $u'_g = u_e + u_R$ ou $u_e + R\,i_s$.

La tension d'entrée est :

$$u'_e = u'_g - u_R \qquad \text{soit :} \qquad (u_e + u_R) - u_R = u_e.$$

u_e n'étant pas modifiée, u_s et i_s ne le seront pas non plus et notre hypothèse de départ restera valable.

On remarquera que, pour qu'il y ait effet de C.R. d'intensité, il faut que i_s existe, donc, que le circuit de sortie soit fermé sur R_u.

Calculons i_s.

$$i_s = \frac{A_{v0}\,u_e}{R_s + R + R_u} \approx \frac{A_{v0}\,u_e}{R_s + R_u} \qquad R \ll R_s + R_u.$$

Amplification, avec C.R. d'intensité, série

1° *Amplification de tension*

Elle est égale à : $\dfrac{u_s}{u'_g}$.

La tension de sortie a pour valeur :

$$u_s = R_u\,i_s$$

$$u_s = \frac{A_{v0}\,u_e\,R_u}{R_s + R_u}.$$

La tension d'entrée, avec C.R., a pour valeur :

$$u'_g = u_e + R\,\frac{A_{v0}\,u_e}{R_s + R_u}.$$

L'amplification de tension, avec C.R., est :

$$A_{v_{cr}} = \frac{\dfrac{A_{v0}\,u_e\,R_u}{R_s + R_u}}{u_e + R\,\dfrac{A_{v0}\,u_e}{R_s + R_u}} = A_{v0}\,\frac{R_u}{R_s + R_u + A_{v0}\,R}.$$

Comme l'amplification, sans C.R., est A_v, il est préférable d'exprimer $A_{v_{cr}}$, en fonction de A_v, plutôt qu'en fonction de A_{v0} :

$$A_{v0} = A_v\,\frac{R_s + R_u}{R_u}.$$

En reportant cette valeur de A_{v_0}, dans la formule donnant $A_{v_{cr}}$, on trouve :

$$A_{v_{cr}} = \frac{A_v}{1 + \dfrac{R}{R_u} A_v} = \frac{A_v}{1 + n A_v}.$$

Cette relation est identique à celle qui a été trouvée, avec la C.R. de tension, série. Il suffit de donner, à n, la valeur du rapport R/R_u.

Cela n'a rien d'étonnant, R et R_u forment un diviseur de tension, divisant u_s. La tension ramenée à l'entrée est :

$$n u_s = \frac{R}{R + R_u} u_s \approx \frac{R}{R_u} u_s \qquad R \ll R_u.$$

Si A_v est grande, $A_v R$ est très supérieure à R_u, et $\dfrac{R}{R_u} A_v$ est beaucoup plus grande que 1. Dans ce cas particulier, $A_{v_{cr}}$ tend vers R_u/R, c'est-à-dire, vers $1/n$.

2. Amplification d'intensité

Le générateur fournit le même courant i_e, avec ou sans C.R. et le courant de sortie est le même que sans C.R. *L'amplification d'intensité n'est donc pas modifiée par la C.R. d'intensité, série.*

Résistance d'entrée avec C.R. d'intensité, série

Si l'amplification de tension est divisée par $m = 1 + (R/R_u)A_v$, c'est que la tension d'entrée a été multipliée par m. Comme le courant d'entrée est resté le même, tout se passe, vu du générateur, comme si la résistance d'entrée de l'ensemble : amplificateur-boucle de réaction, était m fois la résistance d'entrée de l'amplificateur, seul.

$$R_{e_{cr}} = m R_e \qquad \text{avec} \qquad m = 1 + (R/R_u) A_v.$$

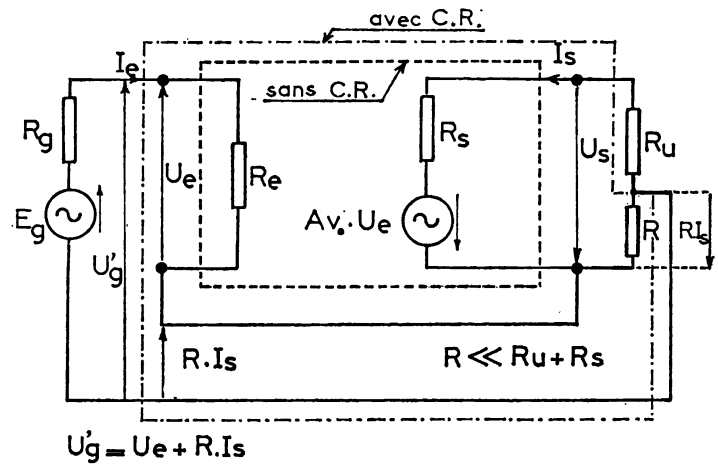


FIG. X-7. — Contre-réaction d'intensité, série, appliquée à un amplificateur.

Résistance de sortie avec C.R. d'intensité, série

Sans C.R., on a :

$$u_s = A_{v_0} u_e - R_s i_s. \qquad (1)$$

Avec C.R., $u_e = u'_g - R_s i_s$:

$$u_s = A_{v_0}(u'_g - R_s i_s) - R_s i_s$$

$$u_s = A_{v_0} u'_g - (R_s + A_{v_0} R) i_s. \qquad (2)$$

En comparant les relations (1) et (2), on remarque que tout se passe comme si la C.R. d'intensité, série, accroissait la résistance de sortie de $A_{v_0} R$.

Si $A_{v_0} R$ est beaucoup plus grande que R_s, la résistance de sortie est voisine de $A_{v_0} R$.

En résumé, l'action de C.R. d'intensité, série, est la suivante :

Elle divise l'amplification de tension par m, avec $m = 1+(A_v R/R_u)$.

Elle multiplie la résistance d'entrée par m.

Elle augmente la résistance de sortie de $A_{v0} R$.

Elle ne change pas l'amplification d'intensité.

Elle ne diffère de la C.R. de tension, série, que par son action sur la résistance de sortie (fig. X-8).

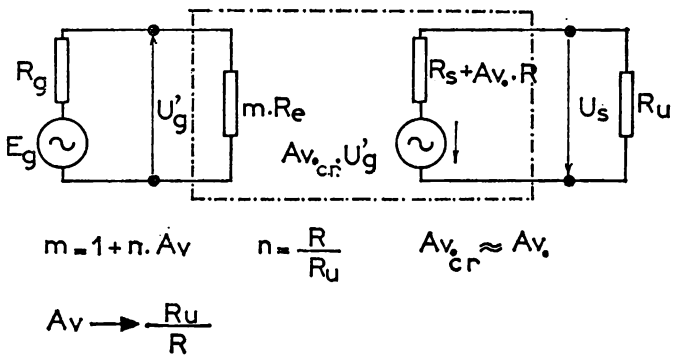


FIG. X-8. — Amplificateur équivalent à un amplificateur auquel on a appliqué une contre-réaction d'intensité, série.

Remarque :

La C.R. d'intensité, série en augmentant la résistance de sortie de l'amplificateur, tend à le transformer en un générateur à courant constant ; elle stabilise le courant de sortie. Si on calcule i_s, on trouve :

$$i_s = \frac{A_{v_0} u'_g}{R_s + A_{v_0} R + R_u}.$$

Si $A_{v_0} R$ est beaucoup plus grande que $R_s + R_u$, le courant i_s tend vers u'_g/R, donc, vers une valeur indépendante de l'amplificateur, à condition que A_{v_0} reste grande.

La contre-réaction d'intensité, série, se rencontre dans les circuits à tubes électroniques et à transistors, quand les résistances de cathode ou d'émetteur ne sont pas découplées ou découplées par des capacités de valeurs insuffisantes. C'est elle qui est utilisée pour la stabilisation, en température, des transistors, par résistance d'émetteur et pont de base.

CONTRE-RÉACTION DE TENSION, PARALLÈLE

Le circuit de réaction est simple : il se réduit à une résistance R, placée entre les pôles actifs du quadripôle, les deux autres étant réunis à la masse (fig. 9).

L'entrée et la sortie sont mises en parallèle par l'intermédiaire de R.

Le générateur attaquant l'entrée de l'amplificateur peut être représenté par son schéma équivalent : un générateur de tension de f.é.m. E_g et de résistance nulle, en série avec une résistance R_g.

Vues de la sortie, la résistance d'entrée R_e de l'amplificateur et la résistance du générateur R_g, sont en parallèle

La tension de sortie est appliquée, partiellement, à l'entrée, par le diviseur de tension composé de R, d'une part, et de $R_g \,//\, R_e$, d'autre part. Si R_g était nulle, vue de la sortie, l'entrée serait à la masse, et tout se passerait

comme si R était en parallèle avec R_u. Il n'y aurait aucun effet de contre-réaction, puisqu'aucune tension ne serait ramenée, de la sortie à l'entrée (fig. X-9).

Le circuit, avec C.R. de tension, parallèle, n'a de sens que si R_g existe et a une valeur importante.

Vu de l'entrée, le circuit peut être considéré, différemment. On peut, en effet, considérer que, par R, une partie du courant fourni par le générateur d'entrée, passe, directement, de l'entrée à la sortie, sans traverser l'amplificateur. Soit i_R, ce courant. Si l'amplification en intensité de l'amplificateur est A_i, la sortie de l'amplificateur verra arriver un courant i_R, par R, alors que si ce courant était passé à travers l'amplificateur, elle aurait reçu un courant égal à : $-A_i i_R$. Il manque, donc, au courant de sortie, du fait de la présence de R, $(A_i+1)i_R$.

Cette perte de courant est importante si A_i est grande, ce qui est, en général, le cas.

Si l'on veut maintenir le courant de sortie et la tension de sortie à sa valeur, sans C.R., il va falloir que le générateur fournisse, à l'entrée du circuit, en amont de R, un courant égal à i_e+i_R que nous désignerons par i'_g ; i_g désignera le courant débité par le générateur sans C.R. ; ce courant est égal à i_e.

Etant donné que les tensions u_e et u_s sont en opposition de phase, si on a une tension $+u_e$, à l'entrée de R, on aura $-u_s$ à la sortie et la tension ou d.d.p. aux bornes de R sera :

$$u_R = u_e-(-u_s) = u_e+u_s$$

Ceci permet le calcul de i_R :

$$i_R = \frac{u_e+u_s}{R}.$$

On en déduit la valeur de i'_g :

$$i'_g = i_e+i_R = \frac{u_e}{R_e} + \frac{u_e+A_v u_e}{R} = u_e\left(\frac{1}{R_e} + \frac{A_v+1}{R}\right).$$

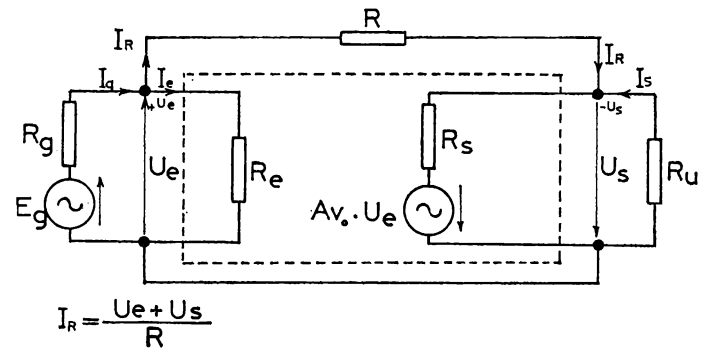


FIG. X-9. — Contre-réaction de tension, parallèle, appliquée à un amplificateur.

On peut remarquer que la tension d'entrée est la même, en amont et en aval de R, et égale à u_e. La tension de sortie est restée la même, puisqu'on a accru le courant d'entrée pour la maintenir constante. Ceci fait dire que la C.R. de tension, parallèle, ne modifie pas l'amplification de tension du circuit. Ceci est exact, en partie ; mais c'est regarder, faussement, le problème. Pour maintenir constant i_e et u_e, il faut que le générateur débite un courant plus important que sans C.R. (i'_g au lieu de $i_g = i_e$). La f.é.m. E_g du générateur d'entrée devra être augmentée pour compenser la chute de tension produite par le passage de i_R dans R_g. Désignons par E'_g, cette f.é.m. On a :

Sans C.R. : $$E_g = u_e+R_g i_e = u_e\left(1+\frac{R_g}{R_e}\right).$$

Avec C.R. : $$E'_g = u_e+R_g i'_g.$$

Pour s'apercevoir du fait que la C.R. de tension, parallèle, agit sur l'amplification de tension, il faut comparer u_s, non plus à u_e, mais à E_g.

Comme les tensions de sorties sont les mêmes, avec et sans C.R., le rapport entre les amplifications de tension est égal à l'inverse du rapport des valeurs de E_g.

Désignons, par A'_v, l'amplification u_s/E_g et, par $A'_{v_{cr}}$, l'amplification u_s/E'_g, on a :

$$A'_{v_{cr}}/A'_v = E_g/E'_g$$

$$A'_{v_{cr}}/A'_v = \frac{1+R_g/R_e}{1+R_g/R_e+(A_v+1)\,R_g/R}$$

$$= \frac{1}{1+(R_g/\!/R_e)\,(A_v+1)/R} .$$

Le dénominateur de l'expression étant supérieur à 1, il y a bien diminution de l'amplification de tension, vue de E_g.

Revenons à la valeur de $A'_{v_{cr}}$; elle a pour expression :

$$A'_{v_{cr}} = \frac{A_v}{1+R_g/R_e+(A_v+1)\,R_g/R} .$$

Dans les amplificateurs opérationnels qui utilisent ce type de C.R., R_e a une très grande valeur, A_v, également. Le terme R_g/R_e devient négligeable, 1 est négligeable devant $(A_v+1)R_g/R$ et A_v+1 est peu différent de A_v.

On a dans ce cas :

$$A'_{v_{cr}} \approx R/R_g .$$

L'amplification de tension u_s/E'_g devient indépendante de l'amplificateur, pourvu que son amplification interne reste grande.

Si R_e a une très grande valeur, i_e est négligeable et i_R est, pratiquement, égal à i'_g.

Comme A_v est très grande, u_e est négligeable devant u_s et

$$i_R \approx u_s/R .$$

On a d'autre part :

$$i'_g \approx E'_g/R_g .$$

L'égalité des deux courants donne :

$$u_s/R = E'_g/R_g \qquad \text{d'où} \qquad u_s/E'_g = R/R_g = A'_{v_{cr}} .$$

Remarque :

Si on fait $R_g = R$, l'amplification de tension est égale à l'unité ; mais u_s est *en opposition de phase* avec E'_g. Ce circuit permet de réaliser un déphaseur. E'_g attaque directement un des composants actifs de l'étage « push-pull » ; l'autre composant est attaqué par E'_g, à travers un amplificateur opérationnel, pour lequel $R = R_g$, ce qui entraîne : $A'_{v_{cr}} = 1$.

Amplification d'intensité, avec C.R. de tension, parallèle

Le courant de sortie i_s est le même, avec et sans C.R., si on néglige l'influence de i_R à la sortie.

Le courant d'entrée est i_g, sans C.R. et i'_g, avec C.R.

$$i_s = \frac{u_s}{R_u} = A_v \frac{u_e}{R_u}$$

$$A_i = \frac{i}{i_e} = \frac{A_v R_e i_e}{R_u i_e} = A_v \frac{R_e}{R_u}$$

$$A_{i_{cr}} = \frac{A_v u_e/R_u}{u_e\,[1/R_e+(A_v+1)/R]}$$

$$Ai_{cr} = A_v \frac{R_e}{R_u} \frac{R}{R+(A_v+1)R_e} \quad (1)$$

$$= A_i \frac{R}{R+(A_v+1)R_e} \quad (2)$$

Si $A_v \gg 1$ et si $A_v R_e \gg R$, l'expression (1) tend vers R/R_u. On trouverait le même résultat, en remplaçant, dans (2), A_v par sa valeur en fonction de A_i, en supposant que $A_i R_u \gg 1$.

A_{icr} devient donc, indépendant de l'amplificateur, si A_v reste grande (fig. X-10).

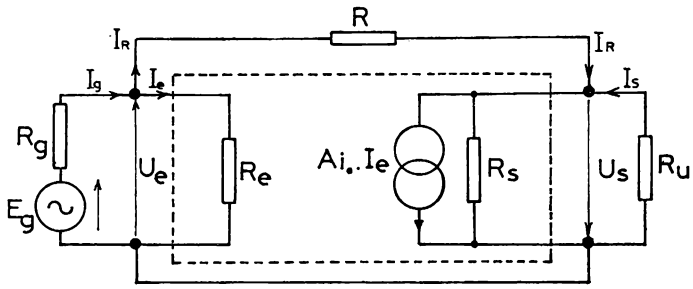


FIG. X-10. — Dans l'amplificateur, on a remplacé le générateur de tension par le générateur de courant équivalent.

Résistance d'entrée, avec C.R. de tension, parallèle

Le générateur, produisant la "*même*" tension d'entrée avec un courant d'entrée, "*supérieur*" à sa valeur, sans C.R. (i'_g au lieu de i_e), interprète le phénomène comme dû à une diminution de la résistance d'entrée de l'amplificateur.

Sans C.R. $\quad R_e = \frac{u_e}{i_e}$.

Avec C.R. $\quad R_{e_{cr}} = \frac{u_e}{i'_g}$.

On a donc :

$$R_{e_{cr}} = R_e \frac{i_e}{i'_g} = \frac{u_e}{u_e \left(\frac{1}{R_e} + \frac{A_v+1}{R} \right)}$$

$$\frac{1}{R_{e_{cr}}} = \frac{1}{R_e} + \frac{1}{\frac{R}{A_v+1}}.$$

La résistance d'entrée, avec C.R. de tension, parallèle, est égale à la résistance équivalente à R_e et $R/(A_v+1)$, en parallèle.

$$R_e \,/\!/\, \frac{R}{A_v+1}.$$

Elle est inférieure à R_e.

La C.R. de tension, parallèle, *diminue* la résistance d'entrée de l'amplificateur auquel elle est appliquée.

Résistance de sortie, avec C.R. de tension, parallèle

C'est la résistance dans laquelle débite un générateur placé entre les bornes de sortie, le générateur d'entrée étant réduit à sa seule résistance intérieure (fig. X-11).

Supposons que le générateur, placé à la sortie, alimente le circuit, sous tension constante E_s. Pour trouver $R_{s_{cr}}$, il faut calculer la somme des courants débités par E_s, dans les différentes branches du circuit soit le courant total i'_s:

$$R_{s_{cr}} = \frac{E_s}{i'_s}.$$

Le générateur de sortie débite, dans le circuit de sortie, et, par R, dans le circuit d'entrée. Pour simplifier, nous allons transformer le générateur de tension interne, en générateur de courant.

Le courant de court-circuit de ce générateur est $A_{v_0}u_e/R_s$ et il débite dans R_s et R_u, en parallèle. Pour le calcul de R_s, R_u est enlevée.

Dans R_s, le générateur de sortie débite E_s/R_s

Il doit compenser le courant du générateur de courant $A_{v_0}u_e/R_s$

Pour connaître la valeur de ce courant, il faut savoir quelle est la valeur de u_e, produite par le générateur de sortie.

Celui-ci applique une tension u_e à l'entrée, par le diviseur de tension formé, de R, d'une part, et de $R_g /\!/ R_e$, d'autre part.

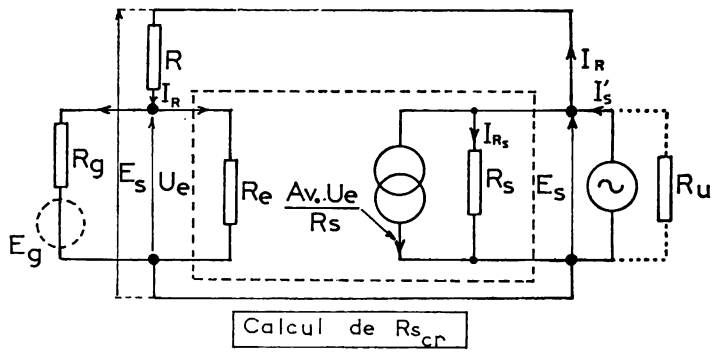


FIG. X-11. — Circuit à étudier pour le calcul de la résistance de sortie, avec C.R. de tension, parallèle.

La valeur de u_e est donc :

$$u_e = E_s \frac{R_g /\!/ R_e}{R + (R_g /\!/ R_e)}.$$

Le courant débité par E_s, dans le circuit d'entrée, est :

$$i_R = \frac{E_s}{R + (R_g /\!/ R_e)}.$$

Le générateur de sortie débite un courant total égal à la somme de ces 3 courants :

$$i'_s = i_{Rs} + A_{v_0}u_e/R_s + i_R.$$

Le calcul est facilité par l'utilisation des conductances.

$$\frac{u_e}{E_s} = \frac{G_R}{G_g + G_e + G_R}$$

$$i_{Rs} = E_s G_s$$

$$\frac{A_{v_0}u_e}{R_s} = A_{v_0}u_e G_s = \frac{A_{v_0}E_s G_s G_R}{G_g + G_e + G_R}$$

En divisant E_s par le courant total, on trouve :

$$G_{s_{cr}} = G_s + \frac{G_R(G_e + G_g + A_{v_0} G_s)}{G_R + G_e + G_g} .$$

Cette expression montre que, en parallèle avec R_s, on trouve une résistance R_p telle que :

$$R_p = R \frac{(R_e /\!/ R_g /\!/ A_{v_0} \cdot R_s)}{R_e /\!/ R_g /\!/ R}$$

$$R_{s_{cr}} = R_s /\!/ R_p .$$

La C.R. de tension, parallèle *diminue* la résistance de sortie de l'amplificateur auquel elle est appliquée.

Remarque :

Si R_e a une grande valeur et si $R_g \gg R_s/A_{v_0}$, R_p devient :

$$R_p = R + R_g .$$

Comme, en général, dans ce type de C.R., R et R_g ont une grande valeur, R_s se trouve peu modifiée.

En résumé, la C.R. de tension, parallèle, modifie les caractéristiques de l'amplificateur, de la façon suivante :

Elle diminue l'amplification de tension u_s/E_g, qui tend vers R/R_g.

Elle diminue la résistance d'entrée qui devient $R_e /\!/ R/(A_v+1)$.

Elle diminue la résistance de sortie.

Elle diminue l'amplification d'intensité, qui tend vers R/R_u (fig. X-12).

La contre-réaction de tension, parallèle, est utilisée à la stabilisation, en température, des transistors (voir polarisation par résistance placée entre collecteur et base). Elle trouve son application principale dans les amplificateurs opérationnels ou linéaires, réalisés, à l'heure actuelle, sous forme de circuits intégrés, et qui sont les éléments de base des calculateurs analogiques qui permettent la réalisation de nombreuses opérations : addition, intégration etc. La C.R. de tension, parallèle, permet, comme nous l'avons montré, de réaliser un système déphaseur pour l'attaque d'un étage « push-pull ».

Nous dirons quelques mots de l'amplificateur opérationnel, à la fin de ce chapitre.

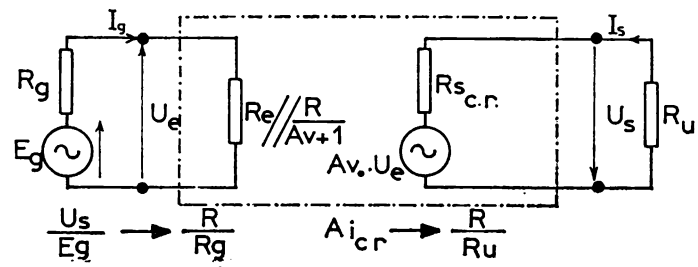


FIG. X-12. — Amplificateur équivalent à un amplificateur soumis à une C.R. de tension, parallèle.

ACTION QUALITATIVE DE LA CONTRE-RÉACTION

La qualité d'un amplificateur peut apparaître sur sa caractéristique de transfert qui représente, soit $u_s = f(u_e)$, soit $i_s = f(i_e)$. Cette caractéristique doit être aussi linéaire que possible. Si elle ne l'est pas, c'est que l'amplificateur est affecté de distorsion.

Un amplificateur doit, non seulement donner, à la sortie, un signal plus puissant ou d'une amplitude plus grande que le signal d'entrée, mais il doit respecter, aussi fidélement que possible, la forme du signal d'entrée. S'il ne le fait pas, parfaitement, il produit *une distorsion non linéaire* du signal.

S'il est amené à amplifier des signaux de fréquences différentes, il doit respecter les amplitudes relatives des différents signaux. S'il ne le fait pas, il produit *une distorsion de fréquence*. S'il ne respecte pas les phases relatives des divers signaux, il produit de *la distorsion de phase*.

S'il reçoit, à l'entrée, simultanément, des signaux de fréquences différentes, il ne doit pas donner, à la sortie, des signaux résultant de la combinaison de ces signaux, sinon, il produit *une distorsion d'intermodulation*.

Tous les amplificateurs produisent, à des degrés divers, ces divers types de distorsion, car *leur caractéristique de transfert n'est pas parfaitement linéaire* et leurs propriétés amplificatrices sont dépendantes de la fréquence, à cause des éléments réactifs qu'ils contiennent.

Au prix d'un sacrifice consenti sur le pouvoir amplificateur, la contre-réaction peut diminuer les divers types de distorsions et, donc, améliorer la qualité de l'amplification.

Nous allons étudier, à titre d'exemple, la C.R. de tension, série, car, en fait, les autres types peuvent se ramener à la C.R. de tension série, pour ce qui est de l'amplification de tension. Avec la C.R. d'intensité, série, $n = R/R_u$ et avec la C.R. de tension, parallèle, $n = R_g/R$, pour A_{v_0} grande.

Action de la C.R. de tension, série, sur la distorsion non linéaire

Le signal, appliqué à l'entrée d'un amplificateur, présente une certaine forme. Si l'amplificateur est affecté de distorsion non linéaire, la tension de sortie aura une forme différente de celle de la tension d'entrée.

Appliquons une contre-réaction à l'amplificateur. La fraction de la tension de sortie, ramenée à l'entrée, présentera la même déformation que la tension de sortie et comme la tension, destinée à la compenser, provient du générateur et ne présente aucune déformation, une compensation parfaite sera impossible. Il en résultera une tension résultante qui déformera la nouvelle tension d'entrée et cette déformation sera telle qu'elle sera de sens opposé à celle que produit l'amplificateur. Le signal de sortie, obtenu à partir du signal d'entrée déformé, aura moins de distorsion que sans contre-réaction, ainsi que le montrent les figures X-13.

La figure 1 représente la tension d'entrée, sans C.R. Elle est supposée parfaitement sinusoïdale.

La figure 2 représente la tension de sortie obtenue sans C.R. et nous lui avons donné un type de distorsion, tout à fait fantaisiste, afin que le résultat soit plus apparent. L'action de la distorsion est de produire un creux au sommet de la sinusoïde.

La figure 3 représente la tension de C.R. nu_s, ramenée, de la sortie à l'entrée, et, en opposition de phase avec la tension d'entrée. Toutes proportions gardées, elle présente un creux, au sommet, comme u_s.

La figure 4 représente la tension de compensation u_c fournie par le générateur, afin de compenser nu_s et de maintenir, constante, la tension de sortie. *Cette tension n'est pas déformée.*

La figure 5 représente, d'une part, la tension non déformée $u'_g = u_e + u_c$, fournie par le générateur quand la C.R. est appliquée et, d'autre part, la tension négative nu_s, ramenée de la sortie.

La figure 6 représente la tension d'entrée résultante qui possède *une bosse*, au sommet de la sinusoïde.

$$(u_{e_{cr}} = u'_g - nu_s).$$

Cette déformation de la tension d'entrée est bien de sens opposé à celle que produit le générateur : bosse au lieu de creux.

Avec une telle tension d'entrée, un amplificateur, ne présentant pas de distorsion non linéaire, donnerait une tension de sortie comportant une bosse au sommet. Comme l'amplificateur étudié creuse le sommet de la sinusoïde, il va commencer par creuser la bosse avant d'entamer le signal original. La déformation du signal de sortie sera moins prononcée que sans C.R.

La figure 6 représente ce signal de sortie et la partie, finement hachurée, représente l'amélioration produite par la C.R.

Ces figures montrent que la C.R. ne corrige pas l'amplificateur qui, avec ou sans C.R., possède les mêmes défauts ; mais, par l'action de nu_s, on prélève un échantillon de la tension de sortie et on l'utilise à déformer convenablement le signal d'entrée, afin de diminuer la déformation résultante.

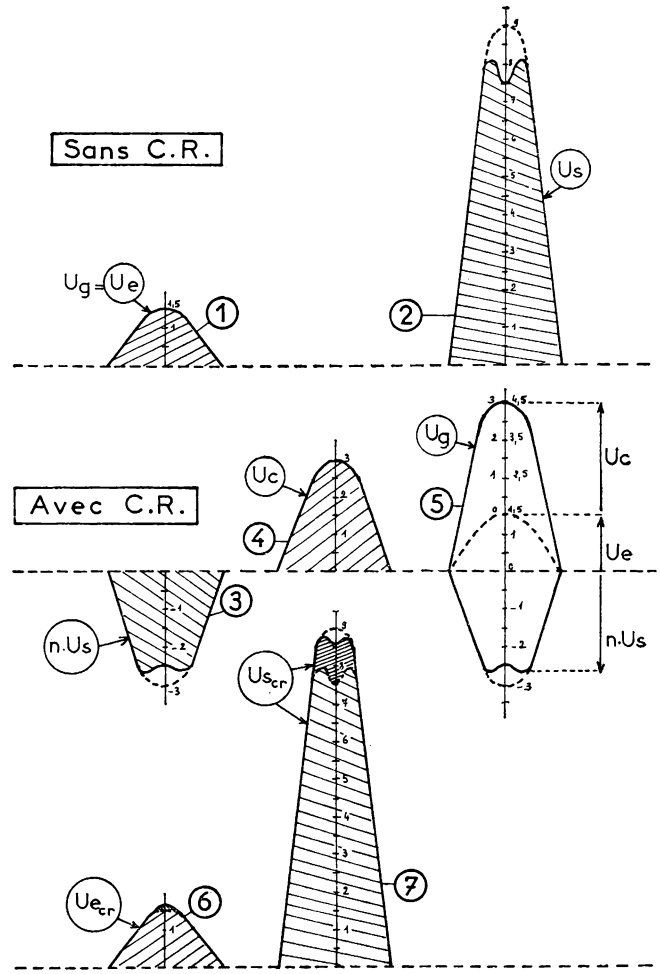


FIG. X-13. — Principe de la diminution de la distorsion non linéaire par la contre-réaction. ① Signal d'entrée, non déformé. ② Signal de sortie sans C.R. ③ Fraction du signal de sortie ramenée, à l'entrée, par le circuit de C.R. ④ Signal de compensation, non déformé, fourni par le générateur attaquant l'entrée. ⑤ Somme des signaux. ① ③ et ④. ⑥ Signal d'entrée résultant, déformé en sens inverse de ⑧. ⑦ Signal de sortie avec C.R. La déformation du signal de sortie a diminué.

Exemple numérique :

Prenons $u_e = 1$ V, crête ; $A_v = 40$; $n = 0{,}1$.

Si l'amplificateur était parfait, on obtiendrait, à la sortie, un signal, non déformé, de 40 V, crête.

Supposons que le creux,produit par la distorsion non linéaire, ait une amplitude égale à 4 V. La tension de crête du signal de sortie n'est plus que de $40-4 = 36$ V.

Si $n = 0{,}1$, une tension de 3,6 V crête va être ramenée à l'entrée et compensée par une tension non déformée de 4 V crête ; une bosse de $4-3{,}6 = 0{,}4$ V crête va en résulter. Cette bosse amplifiée par $A_{v_{cr}}$ égale à $A_v/(1+nA_v)$ soit 8, va donner à la sortie une bosse de $0{,}4 \times 8 = 3{,}2$ V qui va combler, en partie le creux de 4 V et le réduire à $4-3{,}2 = 0{,}8$ V soit au 1/5 de sa valeur. La déformation est divisée par 5 qui est, précisément, la valeur du facteur $m = 1+nA_v$.

On peut voir le phénomène, d'une autre façon.

L'amplification réelle pour la crête du signal de sortie est $36/1 = 36$; avec l'amplification supposée de 40, une tension U_e de $36/40 = 0{,}9$ V serait suffisante. Si on ajoute à cette tension la tension compensatrice de 4 V, le générateur doit fournir une tension de 4,9 V crête. Cette tension va être amplifiée avec une amplification égale à $A_{v_{cr}}$, soit 8.

La tension de sortie sera $4{,}9 \times 8 = 39{,}2$ V crête, au lieu de 36 V sans C.R. La profondeur du creux est divisée par 5. (0,8 V au lieu de 4 V).

On peut voir le phénomène, conformément aux dessins des figures 13, en serrant la réalité de plus près.

La tension u_g, fournie par le générateur, est égale à la tension d'entrée, accrue de la tension de compensation, soit :

$$1\text{ V} + 4\text{ V} = 5\text{ V}$$

Le creux présent sur nu_s a une amplitude de 0,4 V. Il correspondrait à une bosse de 0,4 V sur u_g. Toutes proportions gardées, cette bosse ne serait que de 0,4/5 = 0,08 V sur la tension d'entrée.

Si on suppose une amplification A_v, égale à 40, la tension de sortie de 36 V, serait obtenue avec une tension d'entrée de 36/40 = 0,9 V, sans C.R.

A cette tension va s'ajouter la bosse de 0,08 V et la tension d'entrée avec C.R. sera 0,9 + 0,08 = 0,98 V.

Amplifiée 40 fois, elle donnera une tension de sortie de :

$$0{,}98 \times 40 = 39{,}2\text{ V (au lieu de 36 V, sans C.R. et de 40 V, sans distorsion).}$$

Action de la C.R. de tension, sur la distorsion de fréquence

Nous avons vu que les éléments réactifs : inductances et capacités interviennent aux fréquences basses (capacités en série, inductances en parallèle) et aux fréquences élevées (capacités en parallèle et inductances en série) pour diminuer l'amplification à ces fréquences, par rapport à sa valeur aux fréquences moyennes. (Voir liaisons RC et par transformateurs).

L'amplification avec C.R. est égale à $A_v/(1+nA_v)$. Pour une valeur constante de n, la diminution relative d'amplification est d'autant plus faible que l'amplification A_v est plus petite.

L'effet de la C.R. se fera sentir, surtout, aux fréquences pour lesquelles A_v est grande ; il tendra, donc, à se produire un nivellement de l'amplification, au niveau de celle des fréquences les plus défavorisées.

Nous allons le vérifier sur un exemple.

Un amplificateur a une courbe de réponse $A_v = f(f)$ donnée par la figure 14.

Nous supposerons, ce qui n'est pas justifié, que la tension de C.R., égale à nU_s, est en opposition de phase avec U_e.

Nous allons relever et calculer les amplifications, sans C.R. et avec C.R., pour diverses fréquences et comparer les variations relatives d'amplification.

Fréquences	A_v	$A_{v_{cr}}$
10 Hz	75	75/3,25 = 23
100 Hz	120	120/4,6 = 26
1 kHz	130	130/4,9 = 26,5
10 kHz	125	125/4,75 = 26,3
100 kHz	105	105/4,15 = 25,3
1 MHz	60	60/2,8 = 21,4

$n = 0{,}03$

Entre les amplifications à 100 Hz et à 1 MHz, il existe un rapport 2, sans C.R. et un rapport 1,2, avec C.R.

L'amplification tend vers celle qu'on aurait à une fréquence de quelques Hertz, sans C.R. Il y a bien un nivellement au niveau des amplifications faibles.

Les calculs faits tendent à montrer que l'amélioration de la réponse en fréquence d'un amplificateur, sous l'effet de la C.R. se fait, au détriment de l'amplification générale.

Si on veut que cette amplification ne soit pas trop faible, on aura intérêt à concevoir l'amplificateur pour que l'amplification, aux fréquences défavorisées, soit la plus grande possible, puisque c'est sur cette amplification que tend à s'aligner l'amplification générale.

En réalité, l'amplification aux fréquences extrêmes est faible, à cause des déphasages produits par les éléments réactifs, et la tension de sortie n'étant pas, exactement, en opposition de phase avec la tension d'entrée, l'effet de la

C.R. est plus faible aux fréquences extrêmes et l'amplification est moins diminuée que prévu, comme nous allons le voir, dans le paragraphe suivant. Les résultats réels seront meilleurs que ceux que nous avons prévus.

Cependant, il ne faut pas oublier que si l'effet de la C.R. est diminué à certaines fréquences, la distorsion non linéaire ne sera pas diminuée ou très peu, à ces fréquences, et c'est elle qui est la plus gênante lorsqu'il s'agit d'un amplificateur destiné à faire de la reproduction sonore ; d'où la nécessité de donner, à l'amplificateur, une réponse en fréquences, déjà bonne sans C.R., et une amplification, sans C.R., beaucoup plus grande que celle dont on a besoin, celle-ci devant devenir égale à $A_{v_{cr}}$, (très inférieure à A_v), si on attend, de la C.R., une grande efficacité.

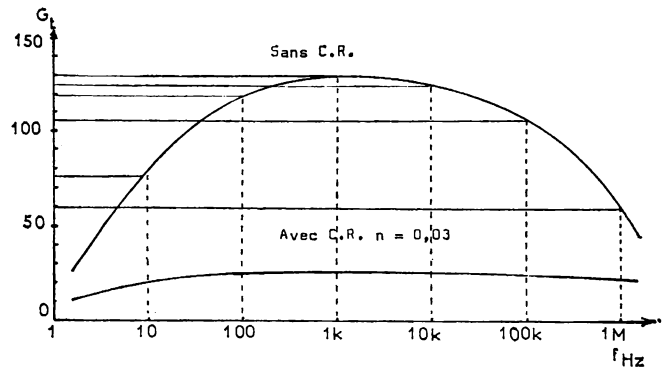


FIG. 14. — Courbe de réponse d'un amplificateur, sans C.R. et avec C.R. Il se produit un nivellement au niveau de celui des fréquences les plus défavorisées. La courbe de réponse est améliorée ; mais, au détriment de l'amplification générale.

Action de la C.R. de tension, série, sur la distorsion de phase

Avec un amplificateur ne produisant pas de distorsion de phase, il existe, entre la tension de sortie et la tension d'entrée, une concordance de phase ou une opposition de phase, suivant la borne de sortie prise comme référence: Il suffit de permuter les bornes de sortie pour obtenir un signal de sortie, de phase opposée.

Dans ce cas particulier, u_e est en phase avec la tension u_g, à la sortie du générateur, puisque ces deux tensions sont confondues (figure 15-1).

En réalité, l'amplificateur comprend des éléments réactifs (voir systèmes de liaisons à résistance-capacité et à transformateurs) et aux extrémités de la bande de fréquences, côté fréquences basses et côté fréquences élevées, ces éléments réactifs vont produire un déphasage entre la tension d'entrée u_e et la tension de sortie u_s et ces deux tensions ne seront plus, exactement, *en phase* ou *en opposition de phase* (fig. 15-2).

Supposons que u_s soit, en avance, d'un angle α sur u_e.

Si on applique, à l'amplificateur, une C.R. de tension série, la tension u_g fournie par le générateur sera la somme vectorielle de $\vec{u_e}$ et de $\vec{nu_s}$, **en avance** de α sur $\vec{u_e}$. Il est facile de voir que $\vec{u_g}$ aura une direction comprise entre celle de $\vec{u_e}$ et celle de $\vec{nu_s}$ et il en résultera que $\vec{u_e}$ sera **en retard** sur $\vec{u_g}$.

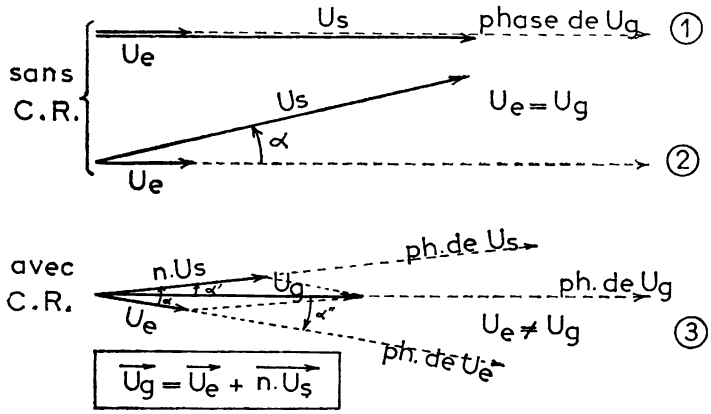


FIG. X-15. — ① à ③ — Principe de la correction de la distorsion de phase par la C.R. La tension fournie par le générateur est la somme vectorielle de la tension d'entrée, sans C.R. et de la fraction de la tension de sortie ramenée à l'entrée. On constate qu'il y a moins de déphasage entre U_s et U_g qu'entre U_s et U_e.

Comme l'amplificateur produit une *avance* de phase, s'il est attaqué par une tension, *en retard*, il y aura un effet de compensation et le déphasage sera, partiellement, supprimé ($\alpha' < \alpha$) (fig. 15-3).

Il n'y a rien de changé pour ce qui concerne l'amplificateur ; il existe, avec ou sans C.R., un déphasage α entre u_s et u_e ; si le déphasage est diminué, c'est parce qu'on compare la phase de $\vec{u_s}$ non plus à celle de $\vec{u_e}$, mais à celle de $\vec{u_g}$ et, lorsqu'il y a le circuit de C.R., ces deux tensions ont des valeurs différentes et des phases différentes.

Le phénomène est tout à fait analogue à celui qui se produit pour la correction des distorsions non linéaires ; c'est parce qu'on attaque l'amplificateur avec une tension déphasée en sens inverse du déphasage produit par l'amplificateur que le déphasage et la distorsion de phase sont diminués.

Plus la fraction nu_s de la tension de sortie, ramenée à l'entrée, sera importante, plus la phase de u_g se rapprochera de celle de u_s et plus $\vec{u_e}$ sera en retard sur $\vec{u_g}$; la compensation sera d'autant plus grande que nu_s sera plus importante. Pour obtenir une compensation importante, il faudra consentir une grande diminution de l'amplification en tension. Plus nu_s est grande, plus $A_{v_{cr}}$ est petite (fig. X-15-4).

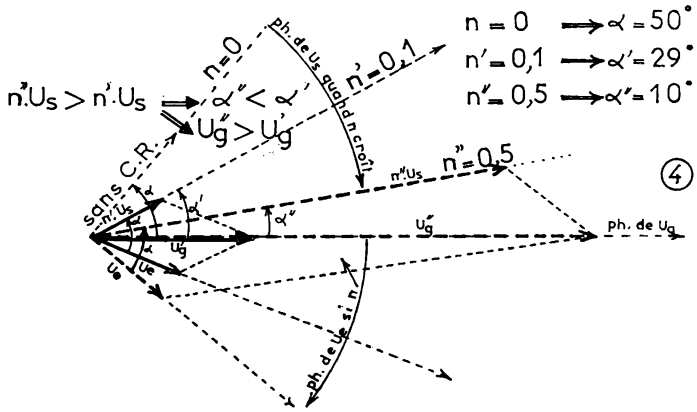


FIG. X-15. — ④ — Plus la fraction de tension de sortie ramenée à l'entrée est grande, plus le déphasage est diminué.

La figure 15-5, tracée pour un angle α, égal à 45°, montre que, pour $A_v = 5$ et $n = 0{,}3$, ce qui donne : $nA_v = 1{,}5$ et $nu_s = 1{,}5u_e$, le déphasage n'est plus que de 20° et que, si on double n, le déphasage n'est plus que de 11°. La C.R. diminue le déphasage et cela, d'autant plus que le facteur n est plus grand.

Un déphasage de 45° se produit à la fréquence de coupure, pour laquelle la puissance de sortie est la moitié de sa valeur pour un déphasage nul. Si, à cette fréquence, la C.R. réduit le déphasage à 11°, pour $n = 0{,}6$, la fréquence de coupure se produira pour une fréquence plus grande ou plus petite, suivant l'extrémité de la bande de fréquence intéressée, la bande passante à -3 db de l'amplificateur sera considérablement accrue, au détriment de l'amplification générale, bien entendu.

Il est possible de se rendre compte de l'action de la C.R. sur la courbe de réponse en fréquence d'un amplificateur, en choisissant un exemple simple.

Nous allons supposer qu'un amplificateur parfait, à faible résistance de sortie, attaque sa charge de sortie supposée équivalente à une résistance R, par l'intermédiaire d'un condensateur de capacité C. Une boucle de contre-réaction relie R à l'entrée, ramenant une fraction : nu_s, de la tension aux bornes de R à l'entrée de l'amplificateur (fig. 16).

En étudiant les courbes universelles, relatives aux circuits RC, nous avons utilisé un diagramme en demi-cercle, dans lequel est inscrit un triangle rectangle dont l'hypoténuse représente la tension appliquée à l'entrée du circuit et dont les côtés de l'angle droit représentent, l'un, la tension aux bornes de C, l'autre, la tension aux bornes de R. Le sommet de l'angle droit se déplace sur le demi-cercle quand la fréquence varie, de l'infini à 0.

Nous allons, à nouveau, utiliser ce diagramme. L'hypoténuse du triangle rectangle, est alors, la tension de sortie u_s' de l'amplificateur, en phase avec u_e et égale à $A_v u_e$ (qui est la tension d'entrée du circuit RC de sortie). Les côtés de l'angle droit représentent, respectivement, la tension aux bornes de C et la tension aux bornes de R (qui est la tension de sortie recueillie sur R). Quand la fréquence varie, de l'infini à 0, le déphasage, de u_s sur u_e, passe de 0 à 90°, alors que celui de u_s' sur u_e reste toujours nul. Ce diagramme ne peut nous être utile, directement,

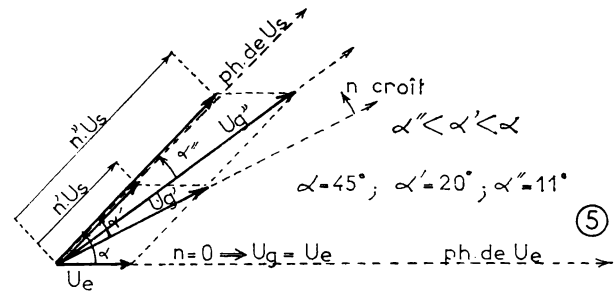


FIG. X-15. — ⑤ — Le déphasage diminue quand n croît.

pour étudier le déphasage entre u_s et u_g, en fonction de la fréquence, car, il nous faut composer le vecteur u_e, avec le vecteur nu_s, pour obtenir la phase de u_g. Mais, il suffit de changer d'échelle, en multipliant les côtés du triangle par n, pour obtenir la phase de nu_s et son module (fig. 17).

Sur le diagramme de la figure 18, BA représente nu'_s ; CB représente u_e ; DA représente nu_C ; DB représente nu_s et DC représente u_g, somme vectorielle de u_e et de nu_s.

α représente le déphasage de u_s sur u_e et α' représente le déphasage de u_s sur u_g. Ainsi que nous l'avons montré, précédemment, α' est inférieur à α, du fait de la réduction du déphasage produite par l'application de la C.R.

Sans C.R., la fréquence de coupure est celle pour laquelle $\alpha = 45°$ et, avec C.R., celle pour laquelle $\alpha' = 45°$. Cette fréquence est beaucoup plus proche de 0 que l'autre. La bande de fréquences pour laquelle l'atténuation est inférieure ou égale à 3 dB est élargie du côté des fréquences basses.

Dans ce diagramme, on a supposé que $A_v = 10$ et que $n = 0{,}4$. Ceci donne $nu'_s = 4u_e$. Si la constante de temps est $16 \cdot 10^{-4}$, la fréquence de coupure, sans C.R., est voisine de 100 Hz.

On remarque, sur le diagramme, que nu_s diminue quand la fréquence diminue ; elle n'a plus que les 7/10 de sa valeur maximale, à 100 Hz (2,8 u_e au lieu de 4 u_e). Néanmoins, le déphasage est diminué et l'atténuation, également. Le déphasage de 45° est atteint pour une fréquence voisine de 20 Hz, au lieu de 100 Hz, sans C.R.

L'amplification maximale a diminué puisque, de 10, pour un déphasage nul, elle est passée à 2. Elle est divisée par $1+nA_v$ soit 5. A 20 Hz, elle est divisée par $\sqrt{2}$, donc égale à 1,4. Sans C.R., elle était voisine de 1,6. Il y a bien un nivellement qui tend à ramener l'amplification maximale au niveau de celle des fréquences défavorisées.

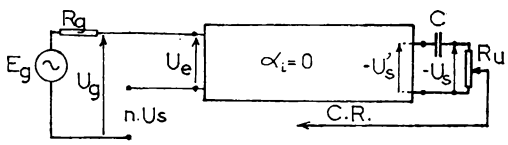


FIG. 16

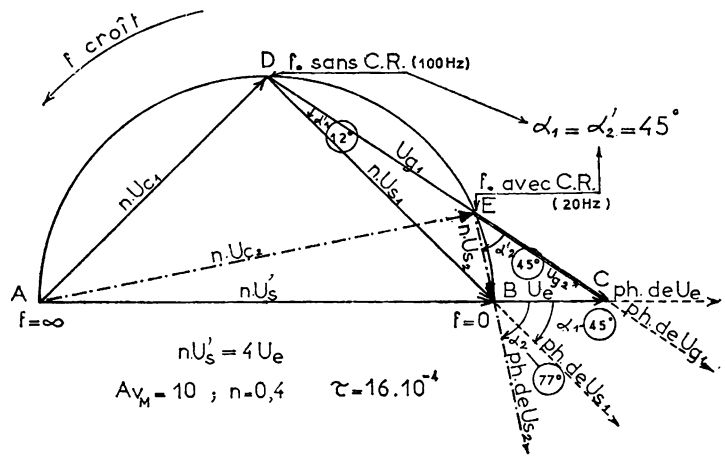


FIG. 18

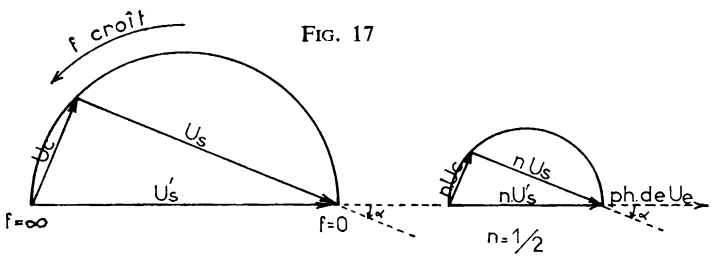


FIG. 17

FIG. X-16 à 18. — Effet de l'application d'une C.R. à un amplificateur qui produit un déphasage dû à une liaison R-C placée à la sortie. Diagramme du cercle pour une liaison R-C. Même diagramme mais dont les dimensions ont été multipliées par n, pour faire apparaître $n \cdot U_s$ (17).

Pour $nA_v = 4$, le déphasage de 45° est atteint à 20 Hz, au lieu de 100 Hz, sans C.R. Du côté des fréquences basses, la bande passante à −3 dB est accrue de plus de deux octaves.

Remarque :

Pour les fréquences supérieures à la fréquence de coupure, la tension de C.R. nu_s reste importante, car l'amplification diminue peu ; elle ne tombe pas au-dessous des 7/10 de sa valeur maximale, quand la fréquence passe de l'infini à 100 Hz. Pour les fréquences inférieures à la fréquence de coupure, l'amplification diminue rapidement et, avec elle, l'efficacité de la C.R.

La contre-réaction ne peut se transformer en réaction positive car, le déphasage, produit par un circuit *RC*, ne peut dépasser 90°. Il n'en serait plus, de même, si deux circuits *RC* conjuguaient leurs effets et l'ensemble, amplificateur-boucle de réaction, serait instable et pourrait entrer en oscillations.

Le seul moyen d'éviter ce phénomène est de supprimer l'effet de réaction, aux fréquences pour lesquelles il y a des risques d'instabilité. Cela s'appelle une C.R. «sélective ». On obtient ce résultat, en introduisant des éléments réactifs, dans la boucle de réaction ; ceux-ci ont une réactance qui varie avec la fréquence et modifie le facteur n en fonction de la fréquence.

Souvent, un amplificateur comprend un certain nombre d'étages reliés, entre eux, par des systèmes *RC* ou des transformateurs produisant des déphasages aux fréquences basses ; les capacités parallèles et les inductances de fuite des transformateurs produisent des déphasages aux fréquences élevées.

Les conditions propres, à rendre l'amplificateur instable, se trouvent réunies, aux deux extrémités de la gamme de fréquences. Le circuit de contre-réaction devra être agencé pour que les zones d'instabilité ne soient pas atteintes.

Le phénomène de réaction n'est pas toujours créé volontairement ; il peut se produire des couplages entre les étages par les circuits d'alimentation ; on tente de les diminuer par des cellules de découplage composées, le plus souvent, de résistances et de capacités. Ces dernières perdent leur efficacité aux fréquences très basses.

RÉSUMÉ DES PROPRIÉTÉS DE LA CONTRE-RÉACTION

La contre-réaction diminue les différents types de distorsion produits par un amplificateur ; celles-ci se traduisent toujours par une variation d'amplification, soit en fonction de la forme du signal (distorsion non linéaire ou d'intermodulation), soit en fonction de la fréquence (distorsion de fréquence ou de phase qui sont la conséquence l'une de l'autre).

C'est en rendant l'amplification, indépendante des éléments intérieurs à l'amplificateur, que se fait la correction des défauts de l'amplificateur.

L'amélioration des qualités d'un amplificateur n'est pas gratuite, elle se fait, au détriment de l'amplification, et est d'autant plus grande qu'on consent un plus grand sacrifice dans le domaine de l'amplification.

Il y a donc intérêt à n'appliquer une contre-réaction qu'à un amplificateur dont la qualité, sans contre-réaction, est déjà bonne.

Remarque :

Lorsque la sortie d'un amplificateur attaque un élément qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique, cet élément a toujours une résonance, pour une certaine fréquence, qui se manifeste par un déplacement anormalement élevé. On aura, dans ce cas, intérêt à utiliser un type de C.R. qui diminue la résistance de sortie. Une faible valeur de R_s amortira la résonance en créant un circuit, à faible résistance, pour les courants induits produits par l'élément (voir haut-parleur).

AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL OU LINÉAIRE

Cet amplificateur doit posséder les propriétés principales suivantes :

a) amplification en tension, interne, très élevée ;

b) résistance d'entrée très élevée ;

c) caractéristique de transfert, aussi linéaire que possible ;

d) amplification constante dans une bande de fréquences aussi grande que possible.

Il comporte trois bornes actives, deux bornes d'entrée et une seule borne de sortie.

Il y a opposition de phase, entre le signal appliqué à l'une des entrées et le signal recueilli à la sortie ; cette entrée est repérée par le signe « moins ».

Il y a concordance de phase, entre le signal appliqué à l'autre entrée et le signal recueilli à la sortie; cette sortie est repérée par le signe « plus » (fig. 19).

Une sortie, non représentée sur le symbole de l'amplificateur est reliée à la source continue d'alimentation ; elle est au potentiel zéro, pour le courant variable amplifié, puisque son potentiel est invariable et que la dérivée d'une constante est nulle.

Appliquons, à l'entrée négative, une tension alternative, provenant d'un générateur, à travers une résistance R_1 et plaçons, entre la sortie et l'entrée négative, une résistance R_2.

Comme nous avons supposé la résistance d'entrée très grande, le circuit de C.R. de tension, parallèle, ainsi appliqué à l'amplificateur, va donner, à cet amplificateur, une amplification de tension égale à R_2/R_1, ainsi que nous l'avons montré.

Les courants dans R_1 et R_2 sont supposés égaux, puisque i_e est négligeable.

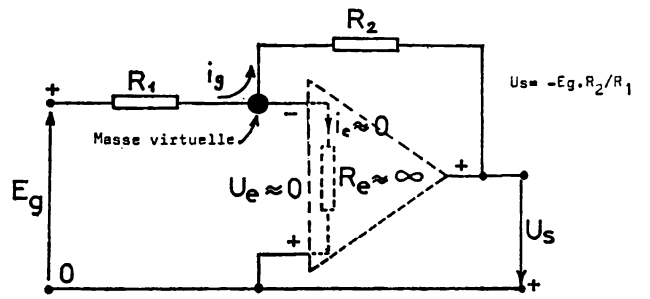


FIG. X-19. — Amplificateur opérationnel. Il a un grand gain interne et une impédance d'entrée très grande. Son amplification de tension avec C.R. de tension parallèle est R_2/R_1.

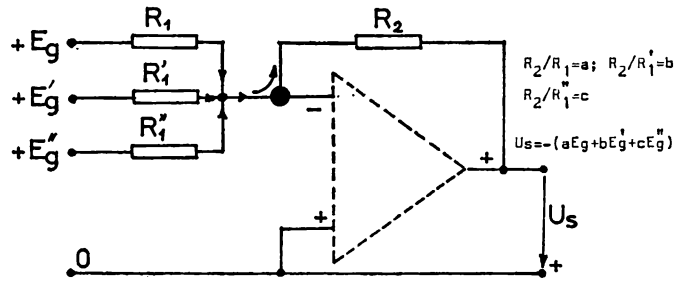


FIG X-20. — Amplificateur opérationnel utilisé en additionneur.

La tension d'entrée est, elle aussi, négligeable et les entrées positive et négative sont, pratiquement, au même potentiel alternatif. Comme l'entrée positive est réunie à la masse du circuit, l'entrée négative peut être considérée comme une masse « fictive ou virtuelle ».

L'ensemble $R_1 - R_2$ se comporte comme un levier reposant sur cette masse virtuelle ; un système déphaseur, utilisant ce circuit avec $R_1 = R_2$ est, pour cette raison, appelé " déphaseur balançoire ".

Si on applique, à l'entrée négative, des signaux provenant de plusieurs générateurs, à travers des résistances R_1, R'_1, R''_1, etc. le signal obtenu, à la sortie, sera égal à :

$$-(E_{g_1}R_2/R_1 + E'_gR_2/R'_1 + E''_gR_2/R''_1 + \ldots). \qquad (1)$$

L'amplificateur joue le rôle *d'additionneur et d'inverseur* (fig. 20).

Il est facile de le démontrer :

Le courant dans R_2, que nous désignerons par i_2, est la somme des courants débités par les générateurs d'entrée, puisqu'aucun courant ne passe dans R_e. Comme l'entrée négative est une masse virtuelle, on a la relation :

$$i_1 + i'_1 + i''_1 + \ldots = E_g/R_1 + E'_g/R'_1 + E''_g/R''_1 + \ldots = -u_s/R_2,$$

En multipliant les termes par R_2, on retrouve la relation (1).

Ce circuit permet de résoudre une équation de la forme :

$$-y = ax + bz + cw + \ldots$$

dans laquelle :

$$y = u_s\,;\ x = E_g\,;\ z = E'_g\,;\ w = E''_g\,;\ a = R_2/R_1\,;$$

$$b = R_2/R'_1\,;\ c = R_2/R''_1,\ldots$$

Il est possible d'obtenir des circuits additionneurs, non inverseurs, des circuits soustracteurs, en utilisant l'entrée positive, etc. mais, dans le cadre de cet ouvrage, il ne nous est pas possible de nous étendre davantage sur les propriétés et les défauts de ce type d'amplificateur ; nous citerons, pour finir, son emploi comme circuit intégrateur. R_2 est remplacée par un condensateur (fig. 21).

Comme i_e peut être considéré comme nul, le courant dans R est égal au courant dans le circuit de C.

$E_g/R = -C\,\mathrm{d}u_s/\mathrm{d}t$ d'où on tire :

$$u_s = -\frac{1}{RC}\int_0^t E_g\,\mathrm{d}t\,.$$

La tension de sortie est proportionnelle à l'intégrale de la tension d'entrée.

L'amplificateur opérationnel est l'élément essentiel des calculateurs analogiques ; ses propriétés ne dépendant que d'éléments extérieurs, il permet d'obtenir des courbes de réponse suivant une loi précise, comme cela s'avère nécessaire dans les circuits correcteurs de timbre (Correcteur Baxandall, correcteur de gravure de disques, d'enregistrement de bandes magnétiques).

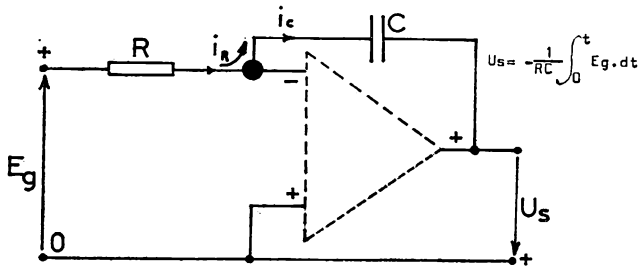


FIG. X-21. — Amplificateur opérationnel utilisé en intégrateur.

PROBLÈMES

1. Un amplificateur a les caractéristiques suivantes : $R_e = 500$ kΩ ; $R_s = 10$ kΩ ; $A_{v0} = 600$. Il attaque, à la sortie, une charge : $R_u = 20$ kΩ.

Calculer :

1) l'amplification A_v de l'amplificateur ;

2) la tension efficace qu'il faut appliquer à l'entrée pour que la puissance recueillie dans R_u soit égale à 8 W ;

3) la tension efficace qu'il faudrait appliquer à l'entrée, si on soumettait l'amplificateur à une C.R. de tension, série, pour laquelle n serait égal à 0,01.

4) les caractéristiques de l'amplificateur avec C.R. : $A_{v\,cr}$; $R_{e\,cr}$ et $R_{s\,cr}$.

5) le taux de distorsion non linéaire, avec C.R., sachant que, sans C.R., il atteint 5 %.

2. L'amplificateur précédent est soumis à une C.R. d'intensité, série, pour laquelle $R = 200\ \Omega$.

Répondre aux mêmes questions que celles qui sont posées dans le problème 1.
Comparer les résultats obtenus dans les deux cas.

3. L'amplificateur du problème n° 1 est soumis à une C.R. de tension, parallèle. Pour cela, on branche, entre les pôles actifs de sortie et d'entrée, une résistance R de 400 kΩ et on attaque l'entrée, à l'aide d'un générateur dont la résistance R_g est ajustée à une valeur de 10 kΩ.

On demande :

1) de calculer la f.é.m. efficace E_g du générateur pour qu'une puissance de 8 W soit obtenue à la sortie ;
2) de trouver $A_{v\,cr}$; $R_{e\,cr}$; $R_{s\,cr}$.

4., 5., 6. Refaire les problèmes : 1, 2, 3, pour un amplificateur ayant des caractéristiques suivantes $R_e = 1$ kΩ ; $R_s = 20$ kΩ ; $A_{v0} = 80$; $R_u = 2{,}5$ kΩ.

4. $n = 1$. **5** $R = 500\ \Omega$ **6** $R = 50$ kΩ ; $R_g = 10$ kΩ.

IMPRIMERIE MARCEL BON
70001 VESOUL
DÉPOT LÉGAL : 3e TRIMESTRE 1972
ÉDITEUR 37 - IMPRIMEUR 1739

5 000 ex.

E. T. S. F.
2, à 12, rue de Bellevue
PARIS - 19e